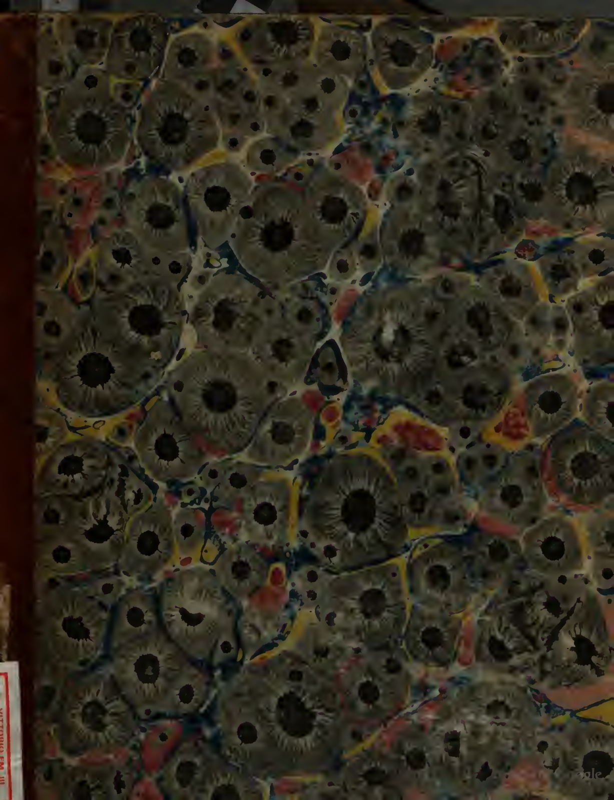



FONDO PIZZOFALCONE




23170
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio
Palchetto
Num.° d' ordine





# EXPÉRIENCES

SUR LES

# ROUES HYDRAULIQUES

## A AUBES PLANES,

ET SUR

## LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS,

PAR

ARTHUR MORIN,

CAPITAINE D'ARTILLERIE, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR DE MACHINES A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE, MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE METZ.







METZ.

Mme THIEL, LIBRAIRE, RUE DU PALAIS.

PARIS.

A LA LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIELLE DE MATHIAS, QUAI MALAQUAIS.

CARILLAN-GŒURY, QUAI DES AUGUSTINS.

1836.

# RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE AYANT POUR TITRE :

# EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES,

PRÉSENTÉ PAR M. ARTHUR MORIN, CAPITAINE D'ARTILLERIE, PROFESSEUR A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE METZ.

COMMISSAIRES, MM. GIRARD, NAVIER, PONCELET Rapporteur.



(Extrait des Comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 12 septembre 1836.)

Nous avons été chargés, par l'Académie, MM. Girard, Navier et moi, de lui rendre compte d'un travail de M. *Morin*, qui a pour objet l'exposition de résultats d'expériences en grand, faites par lui, à diverses époques, dans la vue de constater les effets mécaniques des principales roues hydrauliques en usage. Ce travail se recommande d'autant plus à l'attention de l'Académie, qu'indépendamment de l'importance des objets dont il traite pour le progrès de notre industrie manufacturière, il a, en outre, le mérite de fournir plusieurs vérifications utiles aux théories de la science, dont d'excellents esprits dédaignent encore, de nos jours, les applications, parce que fort souvent, en effet, elles manquent du point d'appui que peut seul leur prêter le flambeau de l'expérience. M. Morin peut être rangé au nombre, encore si petit, des hommes

éminemment utiles qui se sont consacrés à l'art difficile d'interroger la nature, pour en faire tourner les enseignemens au perfectionnement de la théorie des machines. Les belles et ingénieuses expériences sur le frottement et le choc des corps, qui lui sont dues, et dont les résultats ont précédemment obtenu les suffrages de l'Académie, peuvent donner une idée du soin, du degré de précision qu'on est en droit d'attendre des nouvelles recherches expérimentales dont nous avons à vous entretenir.

Ces recherches ont principalement porté : 1° sur les roues à aubes planes, se mouvant dans un coursier circulaire et recevant le choc de l'eau entre la base et le diamètre horizontal, ce qui les a fait nommer *roues de côté* (*breast-wheels*); 2° sur les *roues à augets* qui reçoivent l'eau au sommet ou un peu au-dessous du sommet; 3° sur la vérification des formules qui ont été exposées, par l'un de nous, dans les leçons du Cours de machines de l'Ecole d'Application de Metz, pour calculer l'effet utile des roues à augets, à grande vitesse, et les pertes de force vive dues aux chocs des marteaux.

Les premières expériences entreprises pour constater les effets des roues hydrauliques, sont dues à de Parcieux (*) et à Smeaton (**), célèbre ingénieur anglais dont les travaux, quoique publiés cinq ans plus tard, paraissent dater à-peu-près de la même époque. La méthode employée dans ces expériences, faites sur de simples modèles de roues à augets et à palettes, consistait à leur faire élever des poids suspendus à une ficelle qui, au moyen d'un renvoi de poulie, venait s'enrouler sur l'arbre de la machine. Cette méthode a été employée depuis, dans des expériences analogues, par Bossut,

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, de 1754, pag. 603.

(**) *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*, traduction de M. Girard, membre de l'Institut. La partie de ces recherches qui concerne les roues hydrauliques, a été présentée à la Société royale de Londres, le 24 mai 1759.

et, plus récemment encore, elle a été appliquée à des modèles de roues hydrauliques d'un autre genre; mais elle ne peut l'être, sans inconvénients, à l'appréciation du travail des grandes roues pour lesquelles on lui a généralement substitué celle qui consiste dans l'application du *frein dynamométrique*, instrument aussi simple qu'ingénieux dont M. de Prony a, le premier, fait usage en 1821, pour la mesure du travail des machines, et sur le perfectionnement duquel nous aurons bientôt à revenir.

Il est très-digne de remarque d'ailleurs, que les règles auxquelles Smeaton a été conduit par deux belles suites d'expériences, sont sensiblement d'accord avec celles qui se déduisent du principe des forces vives, dont Borda a le premier fait une exacte application aux roues hydrauliques. Malgré cette conformité et quoique Smeaton ait annoncé, dans son travail, qu'il avait eu le soin de vérifier les règles dont il s'agit dans leur application à la pratique, on ne peut cependant disconvenir que ses expériences laissaient encore beaucoup à désirer, soit sous le rapport d'une vérification plus rigoureuse des formules de la théorie, dont les coëfficients ne se trouvaient convenablement établis qu'aux environs du maximum d'effet, soit parce que ces expériences étaient, en elles-mêmes, incomplètes quant aux roues, de chaque espèce, qui reçoivent l'eau entre l'axe et le point inférieur; soit enfin à cause des différences notables que présente le dispositif des modèles employés par ce célèbre ingénieur, avec celui des puissantes roues aujourd'hui mises en usage par l'industrie.

Plusieurs savants et ingénieurs se sont occupés, dans ces derniers temps, à combler une pareille lacune, mais aucun ne l'a fait avec plus de persévérance et de succès, que M. Morin, dont les premiers travaux sur ce sujet, remontent à 1828 et 1829, époque à laquelle il fut chargé, par le ministre de la guerre, d'une mission spéciale relative à la comparaison à établir entre les différens moteurs des

usines du gouvernement et des particuliers. Les résultats des expériences qu'il entreprit à cette époque, sur la roue à augets de la belle filature de MM. Schlumberger et compagnie, à Guebwiller (Haut-Rhin), sur les roues de la fonderie de canons de Toulouse et de la manufacture d'armes de Chatellerault, se trouvent consignés dans uu Mémoire, inséré au III^e numéro du ***Mémorial de l'Artillerie***, imprimé en 1830, par les soins du comité de cette arme. Ces résultats sont également rapportés dans le travail dont nous avons à rendre compte à l'Académie, mais d'une manière sommaire et corrigés dans les chiffres qui servent à apprécier l'effet utile du moteur pour chaque cas. Ou fera remarquer, à ce sujet, que l'une des causes d'incertitude qui accompagnent l'exécution d'expériences en grand, sur les roues hydrauliques, c'est l'impossibilité de se débarrasser ou de tenir compte exactement des résistances étrangères à cet effet, et qui proviennent, dans les cas les plus favorables, tout au moins du frottement des tourillons et de la résistance de l'air.

Dans les expériences en petit, dont il a été parlé, on apprécie avec une approximation suffisante, l'influence simultanée de ces deux causes de résistance, en faisant tourner la roue à vide par l'action seule et inverse du poids, que d'abord elle avait servi à soulever, et eela de manière à lui imprimer la vitesse propre à chacune des expériences en charge : la somme de ce poids et de celui qu'avait primitivement enlevé la roue, dans les mêmes conditions de mouvement, représente alors *l'effet utile total* ou *absolu* de cette roue, tandis que le second de ces mêmes poids se rapporte uniquement à l'effet utile proprement dit, qu'on est convenu de nommer *l'effet* ou *le travail disponible*.

Dans les expériences en grand, faites au moyen du frein dynamométrique, que des dispositions locales ne permettent pas toujours d'appliquer à l'arbre même de la roue hydraulique, on obtient

*l'effet disponible* ou *pratique*; mais pour remonter à l'effet utile total, le seul que donnent les formules de la théorie, il est nécessaire de calculer directement les résistances étrangères d'après le résultat d'expériences d'une autre espèce, et l'on se voit même, faute de semblables expériences, obligé de négliger entièrement la résistance de l'air, qui, au surplus, ne paraît par exercer une grande influence pour les vitesses ordinaires des roues hydrauliques. Or, à l'époque où M. Morin a fait ses premières recherches sur ces roues, on ne connaissait rien de mieux que les résultats obtenus par l'illustre Coulomb, pour évaluer le frottement des machines; résultats précieux, il est vrai, mais trop incomplets pour mettre à même d'apprécier avec une suffisante exactitude, dans chaque cas, cette cause de résistance, dont on appréciera l'importance dans celui dont il s'agit, si nous disons que la roue de Guebwiller, toute construite en fer et en fonte, pèse, à elle seule, plus de 25000 kilogrammes, et porte sur des tourillons qui ont $0^{m},236$ de grosseur ou diamètre. M. Morin avait cru devoir adopter, d'après Coulomb, le coëfficient 0,12 pour évaluer le rapport du frottement des axes à la pression, mais les expériences plus précises, dont il a soumis tout récemment le résultat au jugement de l'Académie, ayant fait descendre ce coëfficient à 0,075 moyennement, pour le cas des tourillons graissés à la manière ordinaire, et même à 0,054 pour celui où l'enduit est sans cesse renouvelé, il a cru devoir refaire tous ses calculs primitifs, en adoptant le coëfficient 0,08, qui ainsi est encore plutôt trop fort que trop faible. Les nombres auxquels il est ainsi parvenu pour les effets utiles absolus des trois roues de Toulouse, de Chatelleráult et de Guebwiller, sont inférieurs à ceux qu'il avait d'abord obtenus, et s'accordent aussi beaucoup mieux avec ceux des autres observateurs et des expériences qu'il a exécutées lui-même dans l'été de 1834, sur les roues d'une espèce analogue et dont il sera bientôt parlé.

En insistant, comme on vient de le faire, sur la rectification que M. Morin a fait subir au résultat de ses premières expériences, on a uniquement en vue de fixer l'attention sur les difficultés et les causes d'incertitude qui accompagnent ordinairement les expériences en grand, de cette espèce, et auxquelles il faut joindre encore l'incertitude sur le poids effectif des pièces de la machine, sur la dépense ou le volume de fluide moteur appliqué à la roue dans chaque cas; enfin, sur les indications du frein dynamométrique qui sert à mesurer le travail transmis à l'arbre ou à quelqu'un des arbres du système.

Nous avons la conviction que les poids des pièces de la machine ont été convenablement évalués par l'auteur du Mémoire qui nous occupe. Quant à la mesure des dépenses d'eau, elle ne peut guère influer que sur la valeur absolue du nombre qui, dans chaque série d'expériences, marque le rapport de l'effet utile total à celui que donne la formule, dans laquelle cette dépense entre simplement comme facteur; de plus, pour l'évaluation dont il s'agit et pour celle de la vitesse d'arrivée du liquide sur la roue, M. Morin a mis à profit, avec toute l'intelligence qu'on lui connaît dans la matière, les résultats du petit nombre d'expériences qui sont bien constatées, et qu'il a eu occasion de contrôler par des observations ou des calculs contradictoires et simultanés, établis sur la dépense des orifices. Enfin, il a apporté au frein dynamométrique dont il s'est servi en dernier lieu, des perfectionnements très-importants empruntés à M. Egen, ingénieur allemand distingué, qui, de son côté, a exécuté en 1828 et 1829, par ordre du gouvernement de Prusse, des expériences très-intéressantes sur les effets des machines hydrauliques de la Westphalie rhénane (*), expériences d'ailleurs

(*) Les résultats de ces expériences sont consignés dans un ouvrage imprimé en allemand, sous le titre : *Untersuchungen uber den effekt einiger in Rheinland-Westphalen bestehenden Wasserwerke*, von P. N. E. Egen, Berlin 1831.

dirigées dans des vues plutôt pratiques que théoriques, et que, pour ce motif même, il serait peut-être utile de publier dans notre langue.

Les perfectionnemens dont il s'agit consistent principalement à substituer, au coussinet inférieur du frein à levier de M. de Prony, une chaîne en plaques de tôle articulées, servant à embrasser l'arbre ou le manchon de friction, qui lui-même se trouve remplacé par un collier à gorge, en fonte, composé de deux parties réunies par des boulons; ce collier est assez grand pour pouvoir être ajusté sur des arbres de diverses formes et grosseurs, au moyen de longues vis de pression latérales, qui servent à le centrer, à régler l'intervalle qui sépare sa couronne de l'arbre, et qu'on a soin de garnir symétriquement de coins à faces parallèles, afin d'empêcher le glissement du collier. Ce dispositif ingénieux, qui réunit à la facilité du transport, l'avantage de pouvoir être immédiatement appliqué à toute espèce d'arbres tournants, même à ceux qui ne seraient point exactement centrés, a été décrit avec soin et sur une grande échelle, par M. Morin, qui se loue beaucoup de son usage et le recommande à tous les constructeurs et propriétaires d'usines.

Après avoir fait connaître les moyens et les précautions dont ce savant officier a usé pour assurer le succès de ses expériences, il nous reste à rendre compte des résultats qu'il en a déduits, et qui sont consignés dans dix tableaux numériques fort étendus, contenant les divers éléments de calcul, les diverses données qui peuvent intéresser la pratique ou la théorie. Trois de ces tableaux concernent les roues hydrauliques dont il a déjà été parlé comme ayant fait l'objet d'expériences entreprises dans les années 1828 et 1829; les sept autres se rapportent : 1° aux roues à augets du moulin de Senelles, près de Longwy, de l'aiguiserie de Fleur-Moulin, près de Metz, du gros marteau de forge de l'usine de la Renardière, à Framont (Vosges); 2° à la roue à aubes planes, en bois, de la

sécherie artificielle de la poudrerie de Metz, recevant l'eau par le côté, et qui est emboîtée dans une portion circulaire du coursier. Les expériences sur cette dernière roue, sont dues, en grande partie, au zèle de M. Bardin, professeur aux écoles d'artillerie, qui se recommande à plus d'un titre, à l'estime des amis de la science.

Les profils de ces quatre roues et des trois précédentes sont dessinés dans les cinq dernières planches du Mémoire. Parmi ces roues, celles qui portent des augets à la circonférence, et reçoivent l'eau vers le sommet, embrassent à-peu-près, quant aux proportions de grandeur, de vitesse et de force, tous les cas de pratique, et par conséquent les expériences dont elles ont été l'objet, ne laissent absolument rien à désirer à cet égard. Mais il n'en est pas ainsi des roues de côté, à coursier circulaire, dont aucune ne se rapporte au cas où l'eau est reçue à la surface même du réservoir, d'après le système des constructeurs anglais; M. Morin se propose de compléter, sous ce point de vue, l'objet de ses expériences aussitôt que l'occasion favorable s'en présentera (*).

Voici maintenant le résultat sommaire de la comparaison qu'il a établie entre les effets utiles directement observés, et ceux que fournit la formule théorique connue, dont il suffit ici de rappeler la décomposition en deux termes exprimant, l'un, la quantité d'action ou de travail due à la pression, au poids seul de l'eau, pendant sa descente sur la roue, l'autre, la quantité d'action due au choc de cette même eau, et qui équivaut à la moitié de la force vive transmise à la machine par ce choc.

Pour les roues à aubes planes, emboîtées exactement dans un coursier circulaire, et principalement applicables aux moyennes chutes :

1° La formule affectée du coëfficient 0,74 représente, à $\frac{1}{14}$ ou $\frac{1}{15}$

(*) Voyez la note de la page xj.

près, les résultats de l'expérience, tant que le volume d'eau dépensé ne dépasse point celui qui peut être admis librement entre les aubes ou sans déverser, et que d'ailleurs la vitesse de la roue ne dépasse pas celle d'arrivée du fluide, décomposée dans le sens de sa circonférence extérieure. Au-delà et même près de ces limites, le coëfficient dont il s'agit éprouve des variations très-fortes, qui ne permettent plus d'appliquer la formule au calcul de l'effet utile de la roue.

2° Il est avantageux de diminuer la tête d'eau, tout en conservant à la lame affluente une épaisseur de $0^m,15$ à $0^m,20$ au moins, et alors même on peut donner à la circonférence extérieure de la roue, des vitesses voisines de $2^m$ par seconde, sans craindre de voir l'effet utile s'affaiblir sensiblement, le deuxième terme de la formule, relatif aux forces vives, conservant alors une influence peu appréciable vis-à-vis de l'autre.

3° Enfin l'effet utile réellement disponible de ces roues est susceptible de varier, dans les circonstances favorables de vitesse, de charge et d'épaisseur de la lame d'eau, entre les 0,40 et les 0,50 de l'effet ou du travail absolu du fluide dépensé; mais M. Morin pense que, pour des roues mieux disposées que celles qui ont fait l'objet de ses expériences, et où notamment les résistances nuisibles n'exerceraient point une aussi grande influence, ce rapport pourrait s'élever à 0,60 au moins (*).

Pour les roues à augets, recevant l'eau vers le sommet et bien établies :

1° Le coëfficient de la formule théorique ne doit porter que sur

(*) Depuis la présentation du Mémoire qui fait l'objet de ce rapport, cette partie des expériences sur les roues à aubes planes a été complétée par l'auteur, au moyen de trois séries d'expériences sur les belles roues de côté de la cristallerie de Baccarat, et l'on peut voir aux chapitres IV et V que ces roues, dont les vannes sont en déversoir, rendent un effet utile, ou travail disponible, égal à 0,70 et même 0,75 du travail absolu du moteur.

le premier terme, le deuxième représentant ainsi exactement les effets dus au choc et aux pertes de force vive. Sa valeur moyenne, applicable à toutes les roues mises en expérience, est, à $\frac{1}{15}$ et même à $\frac{1}{20}$ près, 0,78, tant que les augets ne sont qu'à moitié remplis, et que la vitesse de la roue n'excède pas $2^m$ par seconde, si elle est petite, et $2^m,5$ si elle est grande; mais au-delà de ces limites, il devient indispensable d'abandonner la formule pour lui substituer celle dont il sera fait mention plus loin.

2° Pour les chutes de 4 à $5^m$, on peut, sans crainte de diminuer sensiblement l'effet utile, adopter une charge ou tête d'eau de $0^m,4$ à $0^m,5$, dans les conditions de mouvement de la roue et de dépense d'eau dont il vient d'être parlé.

3° Enfin l'effet utile réellement disponible peut s'élever jusqu'aux 0,65 de l'effet absolu de la chute pour les petites roues, et jusqu'aux 0,70 pour les grandes, dans les conditions les plus favorables sous lesquelles, toutefois, la vitesse de la roue peut varier entre les 0,30 et les 0,75 de la vitesse de l'eau affluente, s'il s'agit d'une grande chute, et entre les 0,4 et 0,6 de cette même vitesse, s'il s'agit d'une médiocre chute, sans que, pour cela, l'effet disponible s'écarte sensiblement du maximum indiqué.

Cette dernière circonstance, que M. Morin regarde comme très avantageuse pour l'établissement des roues à augets, tient évidemment ici encore à la faible influence du deuxième terme de la formule, relatif aux forces vives, dans tous les cas où la hauteur due à la vitesse d'arrivée du fluide est petite par rapport à la chute totale.

L'exposé de ces divers résultats se trouve d'ailleurs accompagné, dans le Mémoire qui nous occupe, d'utiles observations sur la marche et les produits de la plupart des machines dont les roues hydrauliques ont été soumises à l'expérience; mais nous négligerons

ces détails afin d'arriver, de suite, aux résultats des expériences que M. Morin a faites sur la roue de la forge de la Renardière de Framont, spécialement dans la vue de vérifier les théories ou formules nouvelles concernant les roues à augets à grande vitesse ou fortes dépenses d'eau et les pertes de force vive, dues au choc des marteaux.

On conçoit, en effet, que les variations du coëfficient à appliquer à la formule ordinaire des roues à augets, pour le cas des grandes vitesses ou des fortes dépenses d'eau, et surtout la nécessité de faire porter ce coëfficient sur le premier de ses deux termes à l'exclusion de l'autre, sont des indices certains que, dans la théorie, on n'a pas tenu un compte exact de toutes les causes qui peuvent influer sur les résultats, et au nombre desquelles on doit ici principalement ranger celle qui provient du déversement de l'eau des augets et de l'action de la force centrifuge, qui fait sans cesse varier le niveau en lui donnant la forme d'une surface cylindrique concave, à base circulaire, dont l'axe horizontal, parallèle à celui de la roue et situé dans son plan vertical, en est éloigné, au-dessus, à une distance qui dépend uniquement de la vitesse angulaire de la roue et de l'intensité de la gravité en chaque lieu.

En tenant compte exactement de ces effets, le premier terme de l'ancienne formule se trouve remplacé par une intégrale qui exprime la somme des quantités d'action développées réellement, par l'eau, durant sa présence dans les augets, et alors il devient absolument inutile d'appliquer aucun coëfficient numérique ou de correction aux résultats, si l'on a soin de n'adopter, dans les calculs, pour le volume de la dépense d'eau, que celui qui est réellement admis dans les augets, et dont les mêmes considérations théoriques permettent de calculer les limites pour chaque cas. Or, les expériences citées de M. Morin, prouvent, qu'en effet, il en est ainsi, puisque les erreurs, en plus ou en moins, de la nouvelle formule,

ne s'élèvent, terme moyen, qu'aux 0,04 du résultat obtenu directement à l'aide du frein dynamométrique. Néanmoins, comme cette expression rigoureuse de l'effet utile entraîne à des calculs qui ne laissent pas que d'être pénibles, l'auteur recommande la formule pratique dont il a été question plus haut, pour tous les cas où une grande vitesse de roue serait accompagnée d'une très faible dépense d'eau *et vice versâ*, pourvu toujours que cette vitesse n'excède pas les 0,75 de celle de l'eau affluente, et que les augets ne soient jamais plus qu'à moitié remplis.

Les expériences dont nous venons de rendre compte à l'Académie, ayant mis M. Morin en état de connaître exactement l'effet utile de la roue hydraulique, quand elle était employé à faire mouvoir le gros marteau de la forge de la Renardière, pesant environ 696 kil. avec son manche, il a mis à profit la circonstance du lever qu'avait à faire, de cette usine, M. Virlet, lieutenant d'artillerie, alors élève à l'école d'Application de Metz, pour faire la vérification, déjà annoncée, des formules qui servent à calculer les pertes de force vive dans les machines de cette espèce : toutes les données de ce calcul ont été prises avec exactitude et sous la direction de M. Morin, qui a aussi vérifié, avec soin, les résultats que cet élève distingué avait déduits des formules exposées dans le cours, et qui sont rapportées, sans démonstation, dans le Mémoire que nous analysons. Le marteau frappant 100 coups à la minute, et la roue faisant 24,25 tours pendant ce temps, on trouve, par ces mêmes formules, qui tiennent compte à la fois du frottement développé, avant, pendant et après le choc, sur les différentes parties de la machine, que la dépense de travail, par seconde, pour faire mouvoir l'arbre de la roue hydraulique, est de $866^{k.m}$ ($866^{kil}$ élevés à 1 mètre de hauteur), environ 11,55 *chevaux dynamiques* de $75^{k.m}$, tandis que la formule qui exprime l'effet utile de cette roue, et qui est presque rigoureusement vérifiée par l'emploi du frein dyna-

mométrique, en a donné une de 876$^{\text{k.m}}$,5 ; ce qui porte la différenee aux 0,012 seulement, du résultat le plus fort, et offre ainsi une coïneidenee dont on aurait lieu d'être surpris, eu égard aux causes probables d'erreurs dans ee genre d'expériences, si M. Morin n'ajoutait que eette confirmation de la théorie s'est également présentée dans d'autres applications des formules, à des usines d'un genre analogue, faites par des élèves de l'école d'artillerie et du génie, notamment à des marteaux et à des scieries dont le chassis à mentonnet est mu par le choe.

Une pareille vérifieation des formules ne mérite pas moins l'intérêt des savants et des pratieiens que les résultats des nouvelles expériences entreprises par ee professeur distingué, dans la vue de eonstater, sur une plus grande échelle qu'on ne l'avait fait avant lui, les effets des roues hydrauliques le plus universellement en usage dans les usines. Nous pensons que la partie du Mémoire de M. Morin, qui contient cette vérification et ces résultats, est digne de paraître dans le *Recueil des Savants étrangers*, et que l'auteur doit être invité à eompléter et à étendre aux autres roues de ce genre, l'objet de ses utiles recherches expérimentales.

L'Académie adopte ees conclusions.

# AVANT-PROPOS.

Je me propose dans ce Mémoire, de réunir les résultats des expériences que diverses occasions favorables m'ont permis de faire, à différentes époques, sur les roues hydrauliques, et dont quelques-unes, exécutées en 1828 et 1829, ont été insérées dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie. En reproduisant ici ces expériences, j'ai dû refaire les calculs auxquels elles donnent lieu, par le motif suivant, qui expliquera la différence qui existe entre les résultats que j'en déduis actuellement et ceux auxquels j'étais parvenu à cette époque.

Les usines où j'ai opéré en 1828 et 1829 sont la filature de MM. N. Schlumberger et compagnie, à Guebwiller, la fonderie de Toulouse et la manufacture d'armes de Chatellerault. Dans aucune d'elles, il ne m'avait été possible d'isoler la roue hydraulique de toutes les communications de mouvement, et dans la première et la troisième, je n'avais pu placer le frein sur l'arbre même de cette roue. Une portion du travail moteur était donc consommée par le frottement occasionné par les divers organes de communication, et il était nécessaire d'en tenir compte, pour pouvoir

apprécier l'effet utile ou la quantité de travail totale, transmise à la roue hydraulique. C'est ce que j'ai fait aussi exactement que possible, à l'aide des règles connues de la Mécanique et des résultats d'expérience sur le frottement. Mais, à cette époque, on ne possédait à-peu-près, sur cette résistance passive, que les travaux de Coulomb, qui assigne au rapport du frottement à la pression pour des tourillons en fer sur des coussinets en bronze, avec un enduit de saindoux, la valeur $f = 0,12$; tandis que les expériences plus récentes que j'ai eu l'occasion de faire dans ces dernières années (*) et dont la quatrième partie, particulièrement relative au frottement des tourillons sur leurs coussinets, est en ce moment soumise au jugement de l'Académie des sciences, n'assignent à ce rapport, dans le cas actuel, que la valeur $f = 0,08$ environ. Ces nouvelles expériences ayant d'ailleurs été faites dans des circonstances tout-à-fait analogues à celles de la pratique des constructions, j'ai dû apporter à mes calculs la modification qu'elles indiquent.

Telle est l'origine des seules différences que l'on remarquera entre les résultats insérés au troisième numéro du Mémorial de l'artillerie et ceux que je présente actuellement; j'ai cru devoir en donner l'explication préliminaire, avec d'autant plus de motifs, que ces expériences ayant été récemment reproduites dans les Annales des ponts et chaussées et dans celles des mines, à une époque où je connaissais déjà la modification à apporter aux calculs, j'ai regretté que les rédacteurs de ces recueils ne m'aient pas fait part de l'intention où ils étaient de leur donner une publicité dont je ne puis accepter la solidarité.

Dans la comparaison des résultats de l'expérience à ceux de la

(*) Nouvelles expériences sur le frottement, faites à Metz en 1831, 1832, 1833 et 1834, imprimées, par ordre de l'Académie des Sciences, dans le recueil *des savans étrangers*, chez Bachelier, libraire à Paris.

théorie, j'ai employé les formules connues, déduites de celle des récepteurs hydrauliques, exposée dans les ouvrages de Mécanique et particulièrement dans les notes de M. Navier sur l'Architecture hydraulique de Bélidor, et dans le Cours lithographié professé par M. Poncelet, à l'école d'Application de Metz. En outre, pour les roues à augets à grande vitesse, j'ai comparé les résultats de l'expérience à la théorie que ce dernier géomètre a développée dans un Mémoire présenté à l'Académie des sciences, le 3 mars 1834 et par laquelle il tient compte des effets de la force centrifuge sur le versement de l'eau. Cette comparaison, faite dans des circonstances tout-à-fait analogues à celles de la pratique, conduit à une vérification complète de cette théorie. De plus, de cette première vérification découle subséquemment, comme on le verra au chapitre X, celle de la théorie du mouvement des marteaux, en ayant égard aux pertes de force vive produites par le choc, due au même auteur. Des applications de cette théorie, faites en 1834 par deux élèves distingués de l'école d'Application, aujourd'hui lieutenans d'artillerie, montrent que cette théorie, fondée sur les principes de la Mécanique, mérite toute confiance.

Ces deux exemples remarquables de l'accord de la théorie avec l'expérience, dans des questions aussi délicates, paraîtront sans doute assez frappans, pour faire revenir quelques bons esprits d'une prévention fâcheuse contre l'emploi des considérations mathématiques et directes à l'étude des phénomènes physiques.

# EXPÉRIENCES

SUR

# LES ROUES HYDRAULIQUES.

## INTRODUCTION.

1. *Description du frein à anneau mobile.* La construction et la disposition du frein dynamométrique que M. de Prony a, le premier, appliqué à la mesure de l'effet utile des moteurs est bien connue des mécaniciens, mais je crois devoir néanmoins décrire en peu de mots celui dont je me suis servi récemment et dont j'ai emprunté les formes principales à un ingénieur allemand, M. Egen, qui a publié sur le même sujet un recueil d'expériences fort intéressant.

L'appareil se compose d'un collier annulaire en fonte (Pl. I, Fig. 1 et 2), en deux parties qui s'assemblent en *b*, *b* par des oreilles avec boulons et écrous. Le diamètre intérieur de ce collier est de $0^m,80$, ce qui permet de le placer sur de gros arbres de roues, son épaisseur, au milieu, et sur une largeur de $0^m,16$ est de $0^m,03$; mais l'usage m'a montré qu'elle n'était peut-être pas suffisante, ainsi que je le dirai plus loin. Sur les côtés, le collier est renforcé par un rebord de $0^m,03$ de saillie destiné à le rendre plus rigide et à empêcher les pièces frottantes de s'échapper latéralement.

2. *Manière de centrer l'anneau ou collier du frein.* La surface extérieure de la gorge a été tournée avec soin, de sorte qu'il suffit de la centrer par rapport à l'arbre sur lequel on monte le collier pour obtenir une surface

cylindrique exactement concentrique à cet arbre. C'est pour rendre cette opération sûre et facile que six grandes vis à tête quarrée *c*, *c* sont disposées symétriquement à l'extérieur de l'anneau, en traversant des oreilles *d*, *d* qui leur servent d'écrou. L'anneau étant posé et assemblé sur l'arbre, on voit qu'en manœuvrant convenablement ces vis de centrage, il sera très-facile d'ajuster sa surface extérieure. Cette opération étant très-importante pour le succès des expériences, il est indispensable de la faire avec le plus grand soin. Les vis *c*, *c* ont environ $0^m,25$ de longueur filetée, ce qui suffit pour la plupart des cas. Cependant, si l'on devait opérer sur un arbre de moins de $0^m,45$ de rayon, elles seraient trop courtes, mais on remédierait à cet inconvénient en faisant presser les vis sur des cales intermédiaires d'une épaisseur suffisante. Il n'y a que les arbres en fonte ou en fer sur lesquels on ne puisse établir cet appareil, sans y monter préalablement un noyau cylindrique ou prismatique d'une dimension suffisante.

On pourra donc centrer facilement le collier, mais, l'effort, qui tend à le faire tourner d'un mouvement propre autour de l'arbre, étant souvent très-grand, les vis pourraient être faussées ou sillonner la surface de l'arbre, s'il était en bois, et, pour éviter ces inconvéniens, il faut, après le centrage, caler fortement le collier sur l'arbre, à l'aide de coins disposés deux à deux, de manière que leurs faces extérieures soient toujours parallèles à l'axe. Trois ou quatre paires de coins, ainsi disposés et convenablement serrés, suffisent pour fixer solidement le collier, mais il faut avoir l'attention de les frapper peu à peu et tour à tour, afin de ne pas faire prendre à la surface annulaire une courbure excentrique; c'est ce qui exigerait, je crois, que cette partie eût une plus grande épaisseur que celle de $0^m,03$ que je lui ai donnée et qui cependant a toujours été suffisante, en prenant les précautions convenables.

3. *Chaîne de pression articulée.* Le collier étant ainsi monté concentriquement sur l'arbre, on l'entoure d'une bande de frottement à articulations, composée de huit plaques de tôle de $0^m,005$ d'épaisseur, sur $0^m,10$ de largeur, réunies à charnière par des boulons de $0^m,005$ à $0^m,006$ de diamètre et cintrées suivant un rayon de courbure un peu plus grand que celui du collier, afin que les angles des articulations puissent recevoir la graisse et les corps étrangers qui s'introduisent entre les surfaces frottantes. Par cette disposition on obtient sur la surface du collier, une répartition plus symétrique de la pression qu'avec une simple bande de tôle forte.

La chaine articulée est terminée par deux demi-mailles renforcées au bout et formant les femelles d'une charnière, pour recevoir les têtes plates et percées de deux gros boulons *e*, *e* de $0^m,60$ de longueur sur $0^m,03$ de diamètre, auxquels elles sont réunies par de petits boulons de $0^m,015$ de diamètre.

4. *Levier du frein.* Les boulons *e*, *e* traversent perpendiculairement une pièce de sapin de $0^m,15$ à $0^m,20$ d'équarrissage au gros bout, selon la force du moteur à étudier, et qui forme *le bras de levier du frein*, et ils sont garnis d'écrous avec de larges rosettes. Le dessous du bras de levier du frein reçoit, par embrèvement, un coussinet en bois dur, qui repose sur le collier par une partie cylindrique concentrique à sa surface. Un ou plusieurs trous percés à travers le levier et le coussinet permettent de verser de l'huile pour lubrifier la surface du collier.

A l'extrémité du levier est un crochet de suspension *f* pour un plateau de balance ou une caisse, où l'on place les poids, qui forment la charge du frein. Il convient que ce crochet ait deux écrous, l'un en-dessus, l'autre en-dessous, ou un écrou en-dessus et un épaulement en-dessous, entre lesquels le levier soit serré afin que, dans les à-coups, la suspension ne se dérange pas.

Les parties essentielles de ce frein se composent donc du collier, de la chaine, des boulons, du coussinet, du crochet et d'une clé pour serrer les écrous; le tout ne pèse pas plus de 200 à 250 kilogrammes. Cet appareil est donc suffisamment transportable pour qu'un constructeur de machines en ait un qui lui serve à apprécier la force des moteurs établis ou à constater celle de ceux qu'il livre à l'industrie. Il me semble fort à désirer que son usage devienne familier à tous les praticiens, car il leur fournirait, d'une part, des bases certaines pour l'établissement des projets d'usines, et de l'autre il éviterait bien des contestations sur les effets des moteurs.

5. *Manière de faire usage du frein dynamométrique.* C'est ce qui m'engage à donner quelques renseignemens sur la manière de faire usage du frein dynamométrique, pour assurer le succès des expériences et éviter les dangers qu'elles peuvent offrir.

Il convient d'abord de reconnaitre si la roue, sur laquelle on veut opérer, est centrée, tant sous le rapport des formes extérieures que sous celui de la coïncidence de son centre de gravité avec son axe de rotation. Il faudra donc remettre les aubes ou augets en bon état, faire en sorte qu'ils aient

le même jeu, par rapport aux coursiers d'arrivée ou de fuite et aux parois; puis, si la roue n'est pas en équilibre autour de son axe, ce dont on s'apercevra facilement, on ajoutera intérieurement aux endroits convenables des contre-poids capables de rétablir l'équilibre. Cela fait, on visitera les tourillons et coussinets, on les graissera convenablement et l'on s'assurera qu'il n'y a pas de frottement d'épaulemens contre les extrémités de l'arbre ou des tourillons.

Le frein étant ajusté, comme nous l'avons dit, on placera le levier dans une position horizontale, puis on disposera, en avant et en arrière de l'arbre, des chantiers ou points d'appui, qui, en lui laissant en-dessus et en-dessous de cette position un jeu de deux à trois degrés, limitent ses oscillations d'une manière invariable. Cette disposition, qui est bien préférable aux cordages, ou chaînes de retenue, employés quelquefois dans le même but, évitera tous les dangers que pourrait occasionner l'accroissement accidentel du frottement de la chaîne articulée et du collier, par suite duquel le levier serait soulevé et tendrait à être entraîné, avec sa charge, dans le mouvement général de la roue. Elle a de plus l'avantage de donner aux expériences une précision suffisante, quand on a l'attention de ne regarder le levier du frein comme étant réellement en équilibre, que quand il oscille légèrement entre ses deux appuis.

Il faut en outre s'assurer que l'inertie des masses en mouvement ne développe pas, pendant la durée de l'expérience, des quantités de travail assez grandes pour influer d'une manière sensible sur les résultats, et l'on y parviendra, en comptant à plusieurs reprises la durée du temps nécessaire pour un certain nombre de révolutions. Quand elle sera constante, on sera sûr que le mouvement est uniforme ou au moins périodique et que, pour l'intervalle considéré, la quantité de travail totale développée par l'inertie est nulle.

L'appareil étant une fois monté, les expériences se font très-aisément et en fort peu de temps, et l'on devra toujours profiter de cette facilité pour en faire diverses séries, correspondantes aux différentes ouvertures de vanne et charges d'eau sous lesquelles la machine peut fonctionner. Enfin dans chaque série, il conviendra de faire varier la charge progressivement depuis zéro ou le poids propre du frein rapporté à la distance du point de suspension, jusqu'à celle qui arrête la machine ou du moins aussi près de cette dernière qu'on le pourra sans danger. On déterminera, ainsi,

facilement par l'expérience, la vitesse sous laquelle le moteur fonctionne le plus avantageusement.

6. *Limites des efforts que le frein peut équilibrer*. Les dimensions du frein, que j'ai indiquées précédemment, sont telles qu'il peut être appliqué à la mesure de l'effet utile d'un grand nombre de moteurs. Néanmoins, la pression de la chaîne, et par suite le frottement contre le collier, devant augmenter avec la puissance de la machine ou la quantité de travail à mesurer, ils atteignent dans quelques cas une limite supérieure qu'ils ne peuvent dépasser, sans que les surfaces en contact ne se rôdent; ce qui, outre l'inconvénient de détériorer l'appareil, aurait encore celui d'ôter aux résultats la précision désirable, en produisant des à-coups. Il conviendra donc de ne pas s'y exposer, et dans le cas où l'on aurait à mesurer le travail de moteurs d'une grande force, en plaçant le frein sur des arbres animés de faibles vitesses, on pourra déterminer le diamètre du collier, à l'aide du résultat d'observation suivant.

Dans toutes les expériences où le frein décrit aux n$^{os}$ 1 et suivans a été employé, j'ai toujours reconnu que, malgré l'emploi d'un enduit d'huile ou de saindoux, la chaîne et le manchon se rôdaient, quand le frottement à la circonférence devait être de 1000 à 1200 kilogrammes, pour faire équilibre à l'effort du moteur. En appréciant donc à-peu-près l'effort maximum que le moteur peut exercer dans certaines circonstances, les plus défavorables, sous ce rapport, on pourra facilement déterminer le rayon du manchon, de manière que le frottement qui servirait à mesurer cet effort maximum n'atteigne jamais la valeur limite que nous venons d'indiquer. C'est ce qui deviendra d'ailleurs évident par le calcul suivant, qui établit en même temps la théorie de cet appareil.

7. *Théorie du frein dynamométrique*. Lorsque le frein dynamométrique est monté et serré de manière que le levier et sa charge soient tenus en équilibre et oscillent légèrement entre les points d'appui, tandis que, sous une ouverture d'orifice et une charge d'eau constantes, la roue marche à une vitesse uniforme, il est évident que tout le travail disponible transmis à la roue ou à l'arbre, sur lequel l'appareil est placé, est consommé par le frottement de la bride articulée contre le collier et qu'en appelant,

$P'$ l'effort moyen disponible à la distance R de l'axe de rotation (*) qui, dans le cas où le frein sera monté sur l'arbre même de la roue hydraulique, sera le rayon extérieur de cette roue,

$v$ la vitesse à la circonférence du rayon R,

S le frottement qui se produit à la surface du collier,

$r$ le rayon de cette surface,

On aura à chaque instant

$$P'v = S\frac{r}{R}v \quad \text{ou} \quad P'R = Sr.$$

Mais d'une autre part, le levier du frein, ainsi que sa charge, étant maintenus en équilibre par le frottement S, on a, en désignant par

F la charge totale du frein,

L la distance horizontale du point de suspension de cette charge au plan vertical de l'axe de rotation,

$$FL = Sr \quad \text{et par suite} \quad P'v = F\frac{L}{R}v.$$

Or $\frac{L}{R}v$ est évidemment le chemin que parcourrait le point de suspension de la charge en 1″, si le levier marchait avec l'arbre de la roue.

On voit donc que *le produit de la charge totale* F *du frein par le chemin que le point de suspension tend à parcourir en* 1″, *mesure la quantité de travail disponible transmise à l'arbre sur lequel on a placé le collier.*

On remarquera que, quand on aura estimé approximativement à sa valeur maximum, relative aux cas les plus défavorables, l'effort $P'$, et que la valeur limite de S sera fixée à 1000 ou 1200 kilogrammes, comme on l'a vu au n° 6, il sera facile de déterminer la grandeur du rayon $r$ à donner au collier du frein en fonction de ces quantités et du bras de levier R de $P'$.

8. *On doit tenir compte du travail consommé par les résistances passives.* Le produit $P'v = F\frac{L}{R}v$, qui mesure la quantité de travail disponible est, pour l'appréciation de l'effet utile d'un moteur établi, le résultat le plus important à connaître, sous le rapport industriel, mais dans des expériences

(*) Cet effort moyen $P'$ est évidemment moindre que celui qui est transmis à l'extrémité du rayon R et que nous désignerons plus tard par P, attendu qu'une partie de celui-ci est employé à vaincre le frottement sur l'axe de rotation, c'est pourquoi je distingue $P'$ par le nom *d'effort disponible.*

où il s'agit d'apprécier la construction d'un récepteur, les effets de l'action de l'eau, l'influence de la vitesse, et des autres circonstances de la marche de la machine, ou quand on n'a pas pu placer le frein sur l'arbre même de la roue, il faut, pour obtenir le travail total utilisé par le récepteur, ajouter à cette quantité de travail $P'v$ celle qui est consommée par le frottement des diverses pièces en mouvement. En effet, si, par des considérations étrangères au mode d'action de l'eau, on a été conduit à donner à ces pièces des dimensions et des poids considérables, elles peuvent consommer des quantités de travail notables et dont la valeur est tout-à-fait indépendante de la plus ou moins bonne disposition du récepteur et qui absorbent une portion de celle qu'il utilise réellement. C'est pourquoi, dans toutes les expériences, dont il est question dans ce Mémoire, j'ai toujours fait entrer, dans l'effet utile total du récepteur, ces quantités de travail consommées par les résistances passives, tout en indiquant, dans une colonne séparée, la quantité de travail disponible, qui était mesurée par le frein.

Au reste, dans certains cas, le frein ayant été placé sur un autre arbre que celui de la roue et dans d'autres sur cet arbre même, et les résultats étant sensiblement identiques dans tous les cas, cet accord est une vérification des formules et des règles de calcul employées.

Quant à la manière de faire les expériences elle est assez connue pour que je puisse me dispenser de la décrire et je me bornerai à indiquer la notation et les résultats principaux insérés dans les tableaux.

9. *Notations adoptées et disposition générale des tableaux.* Les quantités de travail sont exprimées en kilogrammes élevés à un mètre de hauteur en une seconde, et désignées par l'indice *k.m* placé à droite et un peu au-dessus des nombres.

On trouve dans chaque tableau et pour chaque expérience :

La quantité de travail absolu dépensée par le moteur, ou le produit du poids de l'eau écoulée, par la hauteur totale de chûte,

La quantité de travail disponible mesurée par le frein,

La quantité de travail consommée par les frottemens,

La quantité de travail totale utilisée par le récepteur,

La quantité de travail théorique, déduite des formules connues de la Mécanique,

Le rapport de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente,

Le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ou le coëfficient de correction de la formule théorique,

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.

Toutes les données et les résultats des calculs sont d'ailleurs insérés dans les tableaux dont les titres sont, je pense, assez clairs pour qu'il soit superflu de les expliquer.

# EXPÉRIENCES

SUR

# LES ROUES A AUBES PLANES.

## CHAPITRE PREMIER.

### EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA FONDERIE DE TOULOUSE.

10. *Description sommaire*. Les expériences dont il est ici question ont été faites en 1828, et les résultats en sont insérés dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie, je crois néanmoins devoir les reproduire, tant pour les lier à celles qui suivent, qu'à cause de quelques modifications que de nouvelles expériences sur le frottement m'ont conduit à apporter aux calculs, ainsi que j'en ai prévenu plus haut.

La roue à aubes de la fonderie de Toulouse participe un peu des propriétés des roues de côté, en ce que l'intervalle entre les aubes est à moitié fermé par un fond et qu'elle reçoit l'eau à $0^m,50$ au-dessus de son point inférieur, de sorte que ce liquide y agit d'abord par le choc, puis par son poids.

La vanne est inclinée à $34° 30'$ sur la verticale (Pl. I, Fig. 4), l'eau, qui s'écoule de l'orifice, suit un plan incliné à $9°,25$ et de $0^m,78$ de longueur; à partir de l'extrémité de ce plan, un coursier concentrique à la roue l'emboîte exactement, en ne laissant au plus qu'un centimètre de jeu au fond et sur les côtés.

Le diamètre extérieur de la roue est de six mètres et le nombre des aubes de trente-six; elles sont dirigées dans le sens du rayon et ont $0^m,50$ de large sur $1^m,60$ de longueur parallèle à l'axe.

L'arbre de la roue hydraulique pénètre dans l'atelier de la forerie et

porte une roue conique à double denture en fonte *a* (Fig. 3), qui, de part et d'autre, fait tourner deux autres roues coniques à dents en fonte *b*, *b*. Sur l'axe de chacune de ces roues *b* est montée une roue plane *c* à dents en fonte, qui transmet le mouvement à deux autres roues planes à dents en bois *d*, *d*. Celles-ci entraînent les pièces à tourner dans leur mouvement, au moyen de manchons d'embrayage.

11. *Données constantes du calcul et de l'expérience.* Ces détails suffisent pour l'intelligence du calcul des expériences, et nous nous bornerons à ajouter que le frein était placé sur l'arbre même de la roue, qui avait été tourné à cet effet. Les poids étaient suspendus à $3^{m}$ du plan vertical passant par l'axe de la roue et le poids du frein, rapporté à cette distance, équivalait à $60^{kil}$. Cette quantité augmentée de $5^{kil},63$ pour tenir compte, comme nous allons l'indiquer, des frottemens résultant de la communication du mouvement, formait ce que l'on a nommé *la charge constante du frein.*

La largeur de l'orifice était de $1^{m},55$, et il était disposé de manière qu'il n'y avait pas de contraction sur le fond ni sur les côtés, et comme la vanne était inclinée à 34° 30′, nous avons pris 0,75 pour le coëfficient de la dépense, d'après les expériences de M. Poncelet (*). Le niveau de l'eau était tenu constant pendant les expériences et rapporté à un repère fixe.

On a pris pour chute totale la hauteur de ce niveau au-dessus du point inférieur de la roue, qui correspondait au niveau d'aval.

La vitesse de la roue était observée à l'aide d'une montre à secondes mortes; on en a déduit la vitesse de sa circonférence extérieure. Quant à la vitesse de l'eau affluente, elle a été calculée en ajoutant à la charge sur le centre de l'orifice, la pente $0^{m},128$ du plan incliné, et en regardant cette somme comme la hauteur à laquelle était due la vitesse cherchée. On voit que l'on a cru pouvoir négliger l'influence de la résistance des parois du coursier, vu sa faible longueur.

12. *Marche suivie pour tenir compte du travail consommé par les frottemens.* La disposition de l'usine ne permettant pas de désengrener les roues de la communication du mouvement, il en résultait que pendant les expériences le frottement des tourillons de ces roues sur leurs coussinets, et celui des dents d'engrenage consommaient une certaine quantité de travail, dont il convient de tenir compte dans les calculs; ce qui revient

(*) Mémoire sur les roues à aubes courbes; deuxième édition.

à déterminer quel est le poids constant à ajouter à la charge du frein pour représenter l'effort employé à vainere ces résistances passives.

A cet effet, appelons,

$q$ le poids d'une des quatre roues égales $d$ à dents en bois,

$f_1$ le rapport du frottement à la pression pour les axes en fer avec coussinets en bronze,

$\rho''$ le rayon du tourillon de l'arbre de la roue $d$,

$R''$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage de la roue $d$.

L'effort à exercer à la circonférence du cercle primitif de rayon $R''$, pour vaincre le frottement de cette roue sur ses coussinets aura pour expression

$$f_1 q \frac{\rho''}{R''};$$

en y substituant les données numériques relatives à cette roue $f_1 = 0{,}08$, $q = 390^{kil}$, $\rho'' = 0^m{,}07$, $R'' = 0^m{,}65$, on en déduit pour l'effort cherché la valeur

$$3^{kil},35.$$

En le considérant comme la résistance que doit vaincre l'engrenage de la roue à dents en fonte $c$, le frottement, qui en résultera entre ces dents et celles de la roue $d$, aura pour valeur moyenne

$$3^{kil},35 \times f'\pi \frac{m+m'}{mm'},$$

expression dans laquelle on a $f' = 0{,}07$ pour rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte frottant sur des dents en bois, avec enduit de suif, $\pi = 3{,}14$, $m = m' = 50$, nombre de dents des roues $c$ et $d$.

On trouve, en conséquence, tous calculs faits,

$$0^{kil},029,$$

pour l'effort moyen à exercer à la circonférence primitive de la roue $c$ pour vaincre le frottement de l'engrenage; de sorte que, pour chacune des deux roues $d$, il faut transmettre à la circonférence primitive des roues $c$, un effort égal à

$$3^{kil},35 + 0^{kil},029 = 3^{kil},38.$$

Ce qui fait pour les deux roues $d$ qui engrènent avec une même roue $c$

$$6^{kil},76.$$

La roue *c* n'est pressée sur ses coussinets que par son propre poids, parce que des deux résistances qu'elle éprouve de la part des roues *d*, l'une tend à l'appuyer, l'autre à la soulever, et qu'il y a compensation. La pression de la roue *b* tend de même à augmenter le frottement de l'une des roues *c* sur ses coussinets et à diminuer celui de l'autre; et les poids ainsi que les dimensions étant très-sensiblement les mêmes de part et d'autre, il y a encore compensation.

Si donc nous appelons

$q'$ le poids de l'arbre, de la roue *c* et de la roue d'angle *b*,

$\rho'$ le rayon de ses tourillons,

$f'$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs coussinets,

$R'''$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage conique *b*,

$$\frac{f'q'\rho'}{R'''}$$

sera l'expression de l'effort à exercer à la circonférence du cercle primitif pour vaincre le frottement des tourillons de l'une des roues *c*.

La substitution des valeurs $q' = 835^{kil}$, $f' = 0{,}08$, $\rho' = 0^{m}{,}07$, $R''' = 0^{m}{,}65$ donne pour cet effort

$$7^{kil},18;$$

ce qui, joint à celui de $6^{kil},76$ trouvé plus haut, produit

$$13^{kil},94$$

pour la résistance qu'éprouve l'engrenage conique.

Il résulte de plus de cette résistance, entre les dents en fonte des deux roues coniques, un frottement, dont l'effort moyen a pour expression

$$f \times 13^{kil},94 \times \pi \frac{m+m'}{mm'} = 0^{kil},14;$$

attendu que l'on a $f = 0{,}08$, $m = m' = 50$, $\pi = 3{,}14$.

L'effort moyen total que la roue *a* doit exercer pour vaincre la résistance due à la communication du mouvement située de l'un des côtés de l'arbre est donc égal à

$$13^{kil},94 + 0^{kil},14 = 14^{kil},08;$$

et comme l'autre communication est entièrement semblable de poids et de dimensions, il s'ensuit que la résistance totale qu'elles opposent toutes

deux au mouvement de la roue peut être remplacée dans les calculs par un effort de

$$28^{kil},6$$

exercé à la circonférence primitive de la roue conique *a* montée sur l'arbre.

Le rayon moyen de la roue *a* étant de $0^m60$, et le bras de levier du frein étant de $3^m$, on voit que cette résistance équivaudra à une augmentation constante de la charge du frein égale à

$$\frac{0^m,60}{3} \times 28^{kil},16 = 5^{kil},63.$$

La résistance des communications de mouvement étant également répartie à droite et à gauche de l'arbre, elle ne produit aucune pression sur ses coussinets, et celle qui a lieu est due,

1° Au poids propre de l'arbre de la roue, de l'engrenage *a*, des tourillons, ferrures, etc. que nous désignerons par M et qui est égal en tout à $5289^{kil},5$;

2° A la charge totale du frein, que nous appellerons F et qui agit verticalement, ainsi que le poids M auquel elle s'ajoute;

3° A l'effort horizontal transmis par le moteur à la circonférence extérieure des aubes et que nous désignerons par P.

La résultante de la pression verticale $M + F$ et de l'effort horizontal P, peut être exprimée rationnellement à $\frac{1}{25}$ près par la valeur (*)

$$0,96\,(M + F) + 0,4P,$$

et le frottement qu'elle produit sur les tourillons est

$$0,96f(M + F) + 0,4fP:$$

$f = 0,08$ représentant le rapport du frottement à la pression pour les tourillons et leurs coussinets.

Cela posé, lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, il doit y avoir équilibre autour de l'axe de l'arbre, d'une part entre l'effort P, et de l'autre entre la charge F du frein et le frottement des tourillons. Si donc nous appelons

$L = 3^m$ le bras de levier du frein,

$\rho = 0^m,06$ le rayon des tourillons de la roue,

(*) Cours de Mécanique appliquée de M. Poncelet, note première de la troisième section, éditions lithographiées de 1828 et de 1835.

$R = 3^m$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons pour l'équation d'équilibre autour de l'axe

$$PR = FL + 0{,}96 f(M + F)\rho + 0{,}4 f P\rho$$

d'où

$$P = \frac{F(L + 0{,}96 f\rho) + 0{,}96 f M\rho}{R - 0{,}4 f\rho}.$$

En y substituant pour les quantités constantes leurs valeurs connues, cette relation se réduit à

$$P = 1{,}002\,F + 8{,}15^{kil}.$$

Il ne s'agira donc plus, pour connaître la valeur de l'effort P, qui représente celui que l'eau exerce à la circonférence de la roue, que de substituer dans cette formule la valeur de F relative à chaque expérience. Puis, en la multipliant par la vitesse $v$ de la circonférence de la roue, le produit $Pv$ représentera *l'effet utile total ou la quantité de travail transmise* à la roue.

13. *Comparaison des résultats de l'expérience à ceux de la théorie.* La comparaison des quantités de travail, ainsi déduites de l'expérience, avec la valeur de celles que fournit la formule théorique des roues de côté

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v$$

nous donnera le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ou le coëfficient de correction de cette formule, dans laquelle on sait que

Q représente le volume d'eau écoulé par seconde et exprimé en mètres cubes.

$h$ la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure de la roue au-dessus du point inférieur de cette roue.

V la vitesse d'affluence de l'eau sur la roue, laquelle est, d'après la disposition du vannage, à très-peu-près tangente à leur circonférence.

$v$ la vitesse de la circonférence extérieure de la roue.

Les résultats de l'expérience et ceux du calcul, ainsi que les données sont consignés dans le tableau suivant.

*à augets de l'usine de la Renardière, à Framont.* (Mai 183

| POIDS de l'eau introduit dans chaque auget en une seconde. $\frac{1000Q}{\frac{n4}{60}}$ | DISTANCE verticale du centre de courbure de la surface de niveau à l'axe de la roue. $\frac{g}{\omega^2}$ | CHARGE DU FREIN. Constante. | Variable. | Totale. F | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | m | kil | kil | kil | m | k.m | k.m |
| 11,21 | 1,096 | 12 | » | 12 | 8,972 | 107,66 | 123,24 |
| 12,09 | 1,435 | 12 | 10 | 22 | 7,841 | 172,50 | 106,39 |
| 16,92 | 2,472 | 12 | 25 | 37 | 5,975 | 221,07 | 81,51 |
| 21,99 | 4,174 | 37 | 10 | 47 | 4,599 | 216,15 | 63,20 |
| 23,33 | 4,697 | 37 | 20 | 50 | 4,335 | 247,09 | 57,80 |
| 27,25 | 6,474 | 37 | 30 | 67 | 3,694 | 247,50 | 51,03 |
| 32,15 | 9,015 | 37 | 40 | 77 | 3,129 | 241,97 | 44,16 |
| 35,97 | 11,197 | 37 | 50 | 87 | 2,808 | 244,30 | 39,14 |
| 40,88 | 14,636 | 37 | 60 | 97 | 2,469 | 239,49 | 34,75 |
| 51,50 | 23,025 | 37 | 70 | 107 | 1,960 | 209,72 | 27,81 |
| » | » | 37 | 80 | 117 | » | » | » |
| 33,03 | 0,994 | 37 | » | 37 | 9,424 | 348,69 | 140,56 |
| 35,72 | 1,205 | 37 | 20 | 57 | 8,570 | 487,75 | 119,45 |
| 39,95 | 1,553 | 37 | 40 | 77 | 7,536 | 580,27 | 105,84 |
| 44,74 | 2,028 | 37 | 60 | 97 | 6,597 | 639,91 | 93,39 |
| 49,55 | 2,706 | 37 | 80 | 117 | 5,711 | 668,19 | 80,78 |
| 56,67 | 3,594 | 37 | 100 | 137 | 4,957 | 679,11 | 70,77 |
| 59,52 | 4,174 | 37 | 120 | 157 | 4,599 | 722,04 | 66,24 |
| 70,50 | 6,219 | 37 | 140 | 177 | 3,770 | 667,29 | 54,96 |
| 79,81 | 8,414 | 37 | 160 | 197 | 3,242 | 638,67 | 47,63 |

*Expériences faites en septembre 1828, sur la*

| Numéros des séries. | Numéros des expériences. | LEVÉES de la vanne sur une largeur de 1m,55. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde | NOMBRE de tours de la roue en une minute. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde V | RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$ | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | | m | m | | kil |
| 1 | 1 | 0,049 | 0,0759 | 1,42 | 301 | 1,95 | 588 | 7,24 | 2,27 | 5,52 | 0,41 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 7,50 | 2,36 | | 0,43 | 68,47 |
| | 3 | | | 1,46 | 305 | 1,99 | 607 | 8,33 | 2,62 | 5,59 | 0,47 | 68,47 |
| | 4 | | | | | | | 8,50 | 2,67 | | 0,48 | 68,47 |
| | 5 | | | | | | | 9,25 | 2,90 | | 0,52 | 68,47 |
| 2 | 1 | 0,099 | 0,1535 | 1,40 | 604 | 1,95 | 1178 | 9,00 | 2,83 | 5,47 | 0,52 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 9,67 | 3,04 | | 0,56 | 68,47 |
| | 3 | | | | | | | 11,09 | 3,46 | | 0,63 | 68,47 |
| | 4 | | | | | | | 12,50 | 3,92 | | 0,71 | 68,47 |
| | 5 | | | | | | | 13,00 | 4,08 | | 0,74 | 68,47 |
| 3 | 1 | 0,147 | 0,2279 | 1,35 | 878 | 1,92 | 1686 | 9,75 | 3,06 | 5,38 | 0,57 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 10,50 | 3,30 | | 0,61 | 68,47 |
| | 3 | | | | | | | 14,03 | 4,41 | | 0,82 | 68,47 |
| 4 | 1 | 0,192 | 0,2976 | 1,26 | 1109 | 1,84 | 2046 | 8,33 | 2,62 | 5,22 | 0,50 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 9,37 | 2,94 | | 0,56 | 68,47 |
| 5 | 1 | 0,198 | 0,3069 | 1,27 | 1151 | 1,87 | 2152 | 12,50 | 3,92 | 5,24 | 0,74 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 13,50 | 4,24 | | 0,81 | 68,47 |
| 6 | 1 | 0,248 | 0,3846 | 1,18 | 1389 | 1,80 | 2507 | 9,23 | 2,90 | 5,07 | 0,57 | 68,47 |
| 7 | 1 | 0,247 | 0,3829 | 1,20 | 1392 | 1,82 | 2540 | 9,34 | 2,93 | 5,10 | 0,57 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 9,50 | 2,97 | | 0,58 | 68,47 |
| | 3 | | | | | | | 11,50 | 3,61 | | 0,71 | 68,47 |
| | 4 | | | | | | | 12,19 | 3,88 | | 0,76 | 68,47 |
| | 5 | | | | | | | 13,50 | 4,24 | | 0,83 | 68,47 |
| 8 | 1 | 0,297 | 0,4604 | 1,10 | 1605 | 1,74 | 2793 | 9,75 | 3,06 | 4,91 | 0,62 | 68,47 |
| | 2 | | | | | | | 11,21 | 3,52 | | 0,71 | 68,47 |
| | 3 | | | | | | | 12,19 | 3,88 | | 0,79 | 68,47 |

*roue à aubes planes de la fonderie de Toulouse.*

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde | EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde | TRAVAIL consommé par les frottements en une seconde | EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$. 1000 Qh. | $\frac{1000\,Q}{g}(V-v)v$ | Pv. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| 50 | 118,47 | 2,27 | 270 | 17 | 287 | 119 | 226 | 345 | 0,83 | 0,46 | |
| 40 | 108,47 | 2,35 | 256 | 19 | 275 | 119 | 228 | 347 | 0,74 | 0,43 | |
| 30 | 98,47 | 2,62 | 258 | 21 | 279 | 121 | 238 | 359 | 0,78 | 0,42 | |
| 20 | 88,47 | 2,67 | 237 | 21 | 258 | 121 | 238 | 359 | 0,72 | 0,39 | |
| 10 | 78,47 | 2,90 | 229 | 15 | 244 | 121 | 239 | 360 | 0,68 | 0,38 | |
| 110 | 178,47 | 2,83 | 505 | 19 | 524 | 255 | 461 | 716 | 0,73 | 0,42 | |
| 90 | 158,47 | 3,04 | 482 | 22 | 504 | 255 | 438 | 693 | 0,73 | 0,41 | |
| 60 | 128,47 | 3,46 | 446 | 28 | 474 | 255 | 428 | 683 | 0,70 | 0,38 | |
| 30 | 98,47 | 3,92 | 388 | 27 | 415 | 255 | 375 | 630 | 0,66 | 0,33 | |
| 20 | 88,47 | 4,08 | 362 | 29 | 391 | 255 | 350 | 605 | 0,45 | 0,30 | |
| 130 | 198,47 | 3,06 | 609 | 18 | 627 | 391 | 630 | 1021 | 0,62 | 0,36 | |
| 110 | 178,47 | 3,30 | 589 | 21 | 610 | 391 | 609 | 990 | 0,62 | 0,35 | |
| 30 | 98,47 | 4,41 | 435 | 30 | 465 | 391 | 380 | 771 | 0,60 | 0,26 | |
| 200 | 268,47 | 2,62 | 705 | 20 | 725 | 520 | 755 | 1275 | 0,57 | 0,34 | |
| 170 | 238,47 | 2,94 | 702 | 25 | 727 | 520 | 743 | 1263 | 0,58 | 0,34 | |
| 100 | 168,47 | 3,92 | 662 | 77 | 699 | 540 | 605 | 1145 | 0,61 | 0,31 | |
| 60 | 128,47 | 4,24 | 546 | 25 | 571 | 540 | 498 | 1038 | 0,55 | 0,25 | |
| 230 | 298,47 | 2,90 | 866 | 25 | 891 | 689 | 890 | 1579 | 0,56 | 0,34 | |
| 250 | 318,47 | 2,93 | 935 | 24 | 959 | 689 | 900 | 1589 | 0,60 | 0,37 | |
| 230 | 298,47 | 2,97 | 887 | 26 | 913 | 689 | 895 | 1584 | 0,58 | 0,35 | |
| 160 | 228,47 | 3,61 | 826 | 28 | 854 | 689 | 760 | 1449 | 0,59 | 0,32 | |
| 130 | 198,47 | 3,88 | 770 | 31 | 801 | 689 | 670 | 1359 | 0,59 | 0,32 | |
| 100 | 168,47 | 4,24 | 715 | 35 | 750 | 689 | 517 | 1206 | 0,59 | 0,38 | |
| 250 | 318,47 | 3,06 | 976 | 27 | 1003 | 835 | 924 | 1759 | 0,57 | 0,34 | |
| 200 | 268,47 | 3,52 | 947 | 27 | 974 | 835 | 798 | 1633 | 0,60 | 0,33 | |
| 150 | 218,47 | 3,88 | 850 | 34 | 884 | 835 | 654 | 1489 | 0,60 | 0,3[illegible] | |

14. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on reconnait que cette roue fonctionne d'une manière beaucoup plus favorable quand la dépense d'eau est faible, que quand elle est considérable. En effet, en réunissant les expériences des deux premières séries, pour lesquelles le rapport des vitesses $v$ et V n'a pas dépassé 0,63, c'est-à-dire les huit premières du tableau, on voit que la valeur moyenne du coëfficient de correction de la formule théorique est 0,74, et que la valeur moyenne du rapport du travail disponible au travail absolu du moteur est 0,41.

Nous pouvons donc regarder les résultats de l'expérience comme assez exactement représentés par la formule

$$Pv = 0{,}74\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V-v)v\right]$$

pour tous les cas où la levée de la vanne n'excède pas $0^{m},10$, et où le rapport $\frac{v}{V}$ est au-dessous de 0,65. Ces limites, pour la roue qui nous occupe, correspondent aux cas où les augets ne recevraient au plus qu'un volume d'eau égal à 0,28 de la capacité totale.

Il paraît d'ailleurs que le rapport le plus convenable des vitesses $v$ et V serait celui de 0,40 à 0,45.

Lorsque la dépense d'eau augmente, cette roue ne fonctionne plus d'une manière aussi favorable, ce qui tient sans doute à ce que, dans les faibles vitesses de la roue, il se produit un choc nuisible contre le fond des augets, et un rejaillissement d'eau à l'intérieur de la roue, et que dans les grandes vitesses la force vive possédée par l'eau à la sortie de la roue est encore considérable. Nous verrons plus tard que cette explication est d'accord avec les observations faites sur la manière dont l'eau s'introduit et se distribue dans ces roues, à l'occasion de celles de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.

On éviterait ce défaut et l'on augmenterait l'effet utile de la roue de la fonderie de Toulouse, en supprimant le fond des aubes et en leur donnant plus de largeur dans le sens du rayon.

En exécutant ces expériences, j'aurais désiré pouvoir faire varier entre des limites plus étendues le rapport $\frac{v}{V}$, mais divers motifs et quelques sujétions relatives au service de cette usine m'en ont empêché.

Quoique dans la dernière partie des expériences la roue ne fonctionnât

pas avantageusement, on peut néanmoins en déduire quelques conséquences utiles pour la pratique. Ainsi les six dernières séries nous montrent que pour des levées de vannes de $0^m,15$ à $0^m,30$ et des rapports de vitesses compris entre 0,50 et 0,80, les résultats de l'expérience sont à très-peu-près représentés par la formule pratique

$$Pv = 0,60 \left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V-v)v\right],$$

et que le rapport moyen du travail disponible au travail absolu du moteur est égal à

0,33.

Dans ces circonstances qui se produisent souvent dans le travail de l'usine, cette roue, malgré le soin apporté à sa construction, le peu de jeu des aubes dans le coursier et l'inclinaison du vannage, n'utilise donc pas plus du tiers du travail absolu du moteur.

15. *Quantité de travail nécessaire au service d'une forerie de canons.* Nous terminerons ce qui concerne la roue hydraulique de la fonderie de Toulouse, en faisant remarquer que cette roue ne fournit, avec les plus fortes levées de vanne, qu'une quantité de travail disponible de 900 à $975^{k.m}$, ce qui correspond à une force de 12 à 13 chevaux de $75^{k.m}$ l'un.

Des observations suivies pendant les diverses périodes du travail, et lorsque plusieurs pièces étaient montées sur les bancs, et parvenues à des états différens d'avancement, ont montré que les quatre bancs n'exigeaient habituellement qu'une force de 10 chevaux, quoique dans certains cas le travail d'un seul banc exigeât plus de trois chevaux de force.

Ainsi, par exemple, pour passer

Le rouleau et le couteau à............. 1 pièce de 16.

Le foret et le couteau à............... 1 pièce de 16.

Le foret et le couteau à............... 1 pièce de 12 de place.

La vanne était levée de $0^m,184$, mesure prise verticalement.

La charge sur le centre de l'orifice était de $1^m,808$.

La dépense d'eau était donc de $0,75 \times 1^m,55 \times 0,184 \sqrt{2g \times 1^m,808} = 1^{m.c},275$.

La chute totale étant de $2^m,40$, le travail absolu du moteur était de

$3060^{k.m}$,

et comme le travail disponible n'en est, dans ce cas, que 0,33, il s'ensuit que la force employée par ces trois bancs était de 13,4 chevaux de $75^{k.m}$.

Une autre observation faite au moment où l'on forait une pièce de 24, en même temps qu'on la tournait extérieurement au premier renfort, a fourni les données suivantes :

| | |
|---|---|
| Levée de la vanne........................ | $0^m,086$. |
| Charge sur le centre de l'orifice.............. | $1^m,857$. |
| Chute totale.............................. | $2^m,400$. |
| Travail absolu du moteur.................. | $1450^{k.m}$. |
| Effet utile ou travail disponible............. | $430^{k.m} = 6^{chx.},4$. |

Malgré ces exemples où la consommation du travail moteur pouvait, jusqu'à un certain point, être augmentée par la pression que l'ouvrier exerçait sur les outils, on peut admettre que pour une forerie à quatre bancs, il suffit que le moteur ait la force de 12 à 14 chevaux. Mais si l'on avait à établir un moteur pour un seul banc, on devrait se précautionner contre les cas accidentels où il pourrait exiger une force 4 à 5 chevaux.

## CHAPITRE DEUXIÈME.

### EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA SÉCHERIE ARTIFICIELLE DE LA POUDRERIE DE METZ.

16. *Description sommaire.* Les expériences dont nous allons offrir les résultats dans ce chapitre, sont beaucoup plus complètes et plus variées que celles dont il a été précédemment question. Elles ont été faites en 1834, dans des circonstances plus favorables, attendu que l'usine ne fonctionnant pas pendant l'été, époque où l'on sèche les poudres au soleil, nous avons pu en disposer entièrement, et qu'il était d'ailleurs facile d'isoler la roue des autres parties de l'usine (*).

Cette roue, employée à faire marcher le ventilateur de la sécherie artificielle, est exactement emboitée dans un coursier en pierres de taille, où elle n'a qu'un jeu de $0^m,005$ au plus par le fond et par les côtés. Elle est construite en bois; sa vanne est verticale et située à une petite distance en amont. Voyez planche I, fig. 5. Le seuil de l'orifice se raccorde

(*) M. Bardin, professeur de dessin aux écoles d'artillerie, a bien voulu m'aider à l'exécution de ces expériences dont une grande partie lui est due.

par un plan horizontal et un arc de cercle avec le fond du coursier circulaire, et il est dans le prolongement du radier d'amont; à $0^m,80$ en aval de l'axe de la roue, un ressaut de $0^m,10$ facilite le dégorgement de l'eau. Le nombre des aubes est de 24; leur écartement à la circonférence extérieure est de $0^m,518$, leur largeur dans le sens du rayon est de $0^m,30$. Le diamètre extérieur de la roue est de $3^m,96$.

En dégageant la chaîne sans fin, qui transmet le mouvement à l'arbre de couche du ventilateur, la roue était tout-à-fait isolée des autres parties de l'usine, et le frein placé sur son arbre mesurait directement la quantité de travail disponible qui était communiquée à la roue.

17. *Données constantes.* Les charges d'eau sur le centre de l'orifice ont varié dans les expériences, depuis $0^m,450$ jusqu'à $0^m,150$, et dans la dernière série l'orifice était découvert à sa partie supérieure ou en déversoir. Il était de plus, comme nous l'avons déjà dit, accompagné d'un radier horizontal en amont et d'un coursier horizontal à son origine en aval. Enfin, la disposition des parois verticales annulait les effets de la contraction sur les côtés. Ces diverses circonstances nous ont conduit à rechercher d'abord la valeur qu'il convenait, pour chaque série d'expériences, d'assigner au coëfficient de la dépense, attendu qu'on sait, par les expériences récentes de MM. Poncelet et Lesbros, que sous d'aussi faibles charges la présence du radier et du coursier diminue sensiblement la dépense. A l'aide des résultats d'observation que le premier de ces deux habiles ingénieurs a bien voulu me communiquer et qui seront, il faut l'espérer, bientôt publiées, j'ai pu assigner, dans chaque cas, au coëfficient de la dépense la valeur convenable, telle qu'elle est relatée dans la colonne d'observations du tableau suivant.

18. *Formule employée pour tenir compte du travail consommé par le frottement, et calcul de l'effet utile total de la roue.* Dans le calcul de la quantité de travail totale transmise à la circonférence de la roue, j'ai dû tenir compte de celle qui était consommée par le frottement des tourillons, ce qui n'offrait aucune difficulté, puisqu'en appelant

P l'effort exercé par l'eau sur les aubes et rapporté à la circonférence extérieure de la roue,

F la charge totale du frein,

$M = 1927^{kil}$ poids de la roue, y compris celui du levier du frein, mais en négligeant l'influence de la charge variable du frein sur la pression

supportée par les tourillons, ce qui est évidemment permis pour la simplicité des calculs.

$R = 1^m,78$ le rayon extérieur de la roue,

$\rho = 0^m,03$ le rayon des tourillons de la roue,

$L = 2^m,51$ la distance horizontale du point de suspension de la charge au plan vertical passant par l'axe de la roue,

$v$ la vitesse à la circonférence extérieure de la roue,

$v' = v\,\frac{L}{R}$ la vitesse que le point de suspension de la charge tendait à prendre,

$f = 0{,}08$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons et les coussinets avec enduit de suif.

On a évidemment,

$$Pv = F'v' + fM\frac{\rho}{R}v.$$

C'est en substituant successivement dans cette formule les données relatives à chaque expérience, que l'on a déterminé la valeur correspondante des quantités de travail totales transmises à la circonférence de la roue. Puis en comparant le résultat avec celui de la formule des roues de côté

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)\,v,$$

on a déterminé le coëfficient de correction à lui appliquer, pour la faire concorder avec l'expérience.

19. ***Détermination de la vitesse d'arrivée* V *de l'eau sur la roue.*** Dans cette équation théorique de l'effet utile de la roue, on a déterminé la vitesse V d'arrivée de l'eau de la manière suivante :

En nommant U la vitesse moyenne dans une section de la veine située en aval de l'orifice, à une distance égale à une fois et demie la hauteur de cet orifice, on a, d'après les expériences de Dubuat, l'expression

$$U = \sqrt{\left(\frac{2gH}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\right)}$$

dans laquelle H représente la charge sur le centre de l'orifice et $m$ le coëfficient de correction de la dépense, particulier à chaque série.

Connaissant la vitesse dans cette section, et la dépense Q de fluide étant d'ailleurs donnée par la relation

$$Q = mA\sqrt{2gH},$$

dans laquelle A est l'aire de l'orifice, on a pu déterminer l'aire A' du profil de la veine à l'endroit où la vitesse moyenne était U, à l'aide de la formule

$$A' = \frac{Q}{U};$$

pour en déduire l'épaisseur E de la lame d'eau, d'après la largeur $L = 0^m,76$ du coursier et l'on a eu

$$E = \frac{A'}{L} = \frac{Q}{UL};$$

ce qui a donné la position du filet moyen de la lame d'eau, et comme cette lame suivait ensuite la direction du coursier, il a été facile de déterminer le point de rencontre de ce filet moyen avec la circonférence extérieure de la roue. La hauteur de ce point au-dessous du centre de la section où la vitesse était U étant ajoutée à la hauteur due à cette vitesse, on a obtenu la hauteur totale génératrice de la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, et l'angle et l'inclinaison de cette vitesse avec celle $v$ de la circonférence de la roue étant très-petit, on a admis que son cosinus était sensiblement égal à l'unité.

Dans ce calcul, on a négligé l'influence de la résistance des parois du coursier, ce qui, vu sa faible longueur, peut être d'autant plus permis que ses effets sont déjà en partie implicitement introduits dans les résultats par la valeur assignée au coëfficient de la dépense, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros.

Le point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure étant déterminé de la manière indiquée ci-dessus, sa hauteur au-dessus du fond du coursier a déterminé la valeur de $h$ à introduire dans la formule théorique de l'effet utile de la roue.

20. *Résultats des expériences.* Les résultats de la comparaison de l'effet utile réel à l'effet théorique sont consignés dans le tableau suivant, ainsi que toutes les données nécessaires au cacul.

*Expériences faites en 1834 sur la roue à aubes planes*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | LEVÉES de la vanne sur une largeur de 0m,76. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | NOMBRE de tours de la roue en une minute. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. v/V | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | | m | m | | kil |
| | 1 | | | 0,445 | 72,30 | 0,970 | 70,00 | 7,13 | 1,476 | 2,728 | 0,541 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,450 | 72,70 | 0,975 | 70,80 | 4,50 | 0,838 | 2,741 | 0,305 | 18,66 |
| | 3 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 3,16 | 0,653 | 2,737 | 0,238 | 18,66 |
| | 4 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 2,48 | 0,512 | 2,737 | 0,187 | 18,66 |
| 1 | 5 | 0,050 | 0,038 | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 2,02 | 0,416 | 2,737 | 0,152 | 18,66 |
| | 6 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 1,62 | 0,335 | 2,737 | 0,122 | 18,66 |
| | 7 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 1,42 | 0,292 | 2,737 | 0,107 | 18,66 |
| | 8 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 1,16 | 0,240 | 2,737 | 0,088 | 18,66 |
| | 9 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | 0,60 | 0,124 | 2,737 | 0,045 | 18,66 |
| | 10 | | | 0,448 | 72,60 | 0,973 | 70,50 | » | » | » | » | 18,66 |
| | 1 | | | 0,450 | 142,00 | 1,000 | 142,00 | 12,25 | 2,500 | 2,726 | 0,917 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,450 | 142,00 | 1,000 | 142,00 | 6,52 | 1,331 | 2,726 | 0,488 | 18,66 |
| | 3 | | | 0,455 | 142,80 | 1,005 | 143,80 | 5,65 | 1,155 | 2,742 | 0,421 | 18,66 |
| | 4 | | | 0,454 | 142,20 | 1,004 | 143,10 | 4,28 | 0,874 | 2,738 | 0,319 | 18,66 |
| 2 | 5 | 0,100 | 0,076 | 0,457 | 143,00 | 1,007 | 144,00 | 4,05 | 0,827 | 2,748 | 0,300 | 18,66 |
| | 6 | | | 0,457 | 143,00 | 1,007 | 144,00 | 3,43 | 0,720 | 2,748 | 0,262 | 18,66 |
| | 7 | | | 0,457 | 143,00 | 1,007 | 144,00 | 2,27 | 0,478 | 2,748 | 0,174 | 18,66 |
| | 8 | | | 0,450 | 142,00 | 1,000 | 142,00 | 1,76 | 0,346 | 2,726 | 0,126 | 18,66 |
| | 9 | | | 0,450 | 142,00 | 1,000 | 142,00 | » | » | 2,726 | » | 18,66 |
| | 1 | | | 0,410 | 207,00 | 0,985 | 203,00 | 14,50 | 2,883 | 2,578 | 1,119 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,413 | 207,50 | 0,988 | 205,00 | 13,60 | 2,693 | 2,588 | 1,040 | 19,06 |
| | 3 | | | 0,420 | 208,50 | 0,995 | 208,00 | 12,50 | 2,525 | 2,008 | 0,972 | 19,06 |
| | 4 | | | 0,410 | 207,00 | 0,985 | 203,00 | 10,90 | 2,203 | 2,578 | 0,847 | 19,06 |
| | 5 | | | 0,410 | 207,00 | 0,985 | 203,00 | 9,67 | 1,951 | 2,578 | 0,756 | 19,06 |
| | 6 | | | 0,448 | 215,00 | 1,023 | 221,00 | 9,10 | 1,836 | 2,696 | 0,681 | 19,06 |
| 3 | 7 | 0,150 | 0,114 | 0,448 | 215,00 | 1,023 | 221,00 | 8,00 | 1,616 | 2,696 | 0,599 | 19,06 |
| | 8 | | | 0,450 | 215,50 | 1,025 | 221,50 | 7,50 | 1,515 | 2,699 | 0,557 | 19,06 |
| | 9 | | | 0,450 | 215,50 | 1,025 | 221,50 | 5,87 | 1,188 | 2,699 | 0,440 | 19,06 |
| | 10 | | | 0,450 | 215,50 | 1,025 | 221,50 | 5,66 | 1,143 | 2,699 | 0,423 | 19,06 |
| | 11 | | | 0,448 | 215,00 | 1,023 | 221,50 | 5,39 | 1,082 | 2,696 | 0,401 | 19,06 |
| | 12 | | | 0,302 | 175,00 | 0,877 | 155,20 | 2,79 | 0,561 | 2,213 | 0,253 | 19,06 |
| | 13 | | | 0,282 | 171,00 | 0,857 | 147,00 | » | » | 2,138 | » | 19,06 |

*de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.*

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{10000}{g}(V-v)v$. 1000 Qh. | $\frac{10000}{g}(V-v)v$ | Pv. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 11,86 | 1,874 | 22,23 | 3,45 | 25,68 | 20,25 | 13,60 | 33,85 | 0,79 | 0,32 | $m = 0,646$. |
| » | 18,66 | 1,064 | 19,86 | 1,96 | 21,72 | 20,35 | 11,68 | 32,03 | 0,67 | 0,28 | |
| 5 | 23,66 | 0,829 | 19,62 | 1,56 | 21,18 | 20,30 | 10,95 | 31,25 | 0,68 | 0,28 | |
| 10 | 28,66 | 0,650 | 18,63 | 1,20 | 19,83 | 20,30 | 8,45 | 28,75 | 0,70 | 0,26 | |
| 15 | 33,66 | 0,528 | 17,78 | 0,98 | 18,76 | 20,30 | 7,15 | 27,45 | 0,70 | 0,25 | |
| 20 | 38,66 | 0,425 | 16,44 | 0,79 | 17,23 | 20,30 | 5,95 | 26,25 | 0,66 | 0,23 | |
| 25 | 43,66 | 0,370 | 16,19 | 0,68 | 16,87 | 20,30 | 5,30 | 25,60 | 0,66 | 0,23 | |
| 30 | 48,66 | 0,304 | 14,83 | 0,56 | 15,39 | 20,30 | 4,45 | 24,75 | 0,62 | 0,21 | |
| 35 | 53,66 | 0,157 | 8,45 | 0,29 | 8,74 | 20,30 | 2,40 | 22,70 | 0,36 | 0,12 | |
| 40 | 58,66 | » | » | » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,708 | 0,278 | |
| » | 11,86 | 3,216 | 38,14 | 5,85 | 43,99 | 49,50 | 8,20 | 57,70 | 0,76 | 0,27 | $m = 0,626$. |
| 15 | 33,66 | 1,712 | 57,66 | 3,12 | 60,78 | 49,50 | 26,80 | 76,30 | 0,78 | 0,41 | |
| 20 | 38,66 | 1,486 | 57,45 | 2,70 | 59,15 | 49,80 | 26,70 | 76,50 | 0,77 | 0,40 | |
| 25 | 43,66 | 1,124 | 49,11 | 2,05 | 51,16 | 49,80 | 23,70 | 73,50 | 0,67 | 0,34 | |
| 30 | 48,66 | 1,064 | 51,77 | 1,97 | 53,74 | 50,00 | 23,25 | 73,25 | 0,73 | 0,36 | |
| 35 | 53,66 | 0,926 | 49,71 | 1,69 | 51,40 | 50,00 | 21,40 | 71,40 | 0,72 | 0,34 | |
| 45 | 63,66 | 0,615 | 39,16 | 1,12 | 40,28 | 50,00 | 15,80 | 65,80 | 0,64 | 0,27 | |
| 55 | 73,66 | 0,445 | 32,80 | 0,81 | 33,61 | 49,50 | 11,90 | 61,40 | 0,59 | 0,23 | |
| 70 | 88,66 | » | » | » | » | 49,50 | 9,75 | 59,25 | » | 0,21 | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,738 | 0,37 | |
| » | 11,86 | 3,750 | 44,48 | 6,78 | 51,26 | 85,20 | −18,70 | 66,50 | 0,77 | 0,22 | $m = 0,631$. |
| » | 19,06 | 3,500 | 56,72 | 6,30 | 53,02 | 85,30 | − 6,05 | 79,25 | 0,67 | 0,78 | |
| 5 | 24,06 | 3,280 | 78,98 | 5,97 | 84,95 | 86,00 | 4,45 | 90,45 | 0,90 | 0,38 | Anomalie. |
| 10 | 29,06 | 2,860 | 83,25 | 5,16 | 88,41 | 85,20 | 18,80 | 104,00 | 0,85 | 0,41 | |
| 15 | 34,06 | 2,540 | 86,52 | 4,57 | 90,09 | 85,20 | 26,80 | 109,00 | 0,83 | 0,43 | |
| 20 | 39,06 | 2,320 | 90,88 | 4,30 | 95,18 | 89,00 | 34,80 | 123,80 | 0,77 | 0,41 | |
| 25 | 44,06 | 2,100 | 92,56 | 3,77 | 96,33 | 89,00 | 38,40 | 127,40 | 0,75 | 0,42 | |
| 30 | 49,06 | 1,970 | 97,62 | 3,55 | 101,17 | 89,00 | 39,50 | 128,50 | 0,79 | 0,44 | |
| 35 | 54,06 | 1,540 | 83,49 | 2,76 | 86,25 | 89,00 | 39,50 | 128,50 | 0,67 | 0,38 | |
| 40 | 59,06 | 1,480 | 87,75 | 2,67 | 90,42 | 89,00 | 39,25 | 128,25 | 0,70 | 0,40 | |
| 45 | 64,06 | 1,400 | 90,80 | 1,53 | 91,73 | 89,00 | 38,50 | 127,50 | 0,71 | 0,41 | |
| 50 | 69,06 | 0,730 | 50,36 | 1,33 | 51,69 | 73,00 | 16,80 | 89,80 | 0,58 | 0,32 | |
| 60 | 79,06 | » | 51,75 | » | » | 70,50 | 14,40 | 84,90 | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,751 | 0,415 | |

Suite des *Expériences faites en 1834 sur la roue à aubes*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | LEVÉES de la vanne sur une largeur de 0m,76. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | NOMBRE de tours de la roue en une minute. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$ | CHARG[E] Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | | m | m | | kil |
| 4 | 1 | 0,200 | 0,152 | 0,240 | 191,00 | 0,840 | 161,00 | 13,35 | 2,69 | 1,91 | 1,42 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,240 | 191,00 | 0,840 | 161,00 | 12,25 | 2,47 | 1,91 | 1,29 | 19,06 |
| | 3 | | | 0,240 | 191,00 | 0,840 | 161,00 | 11,11 | 2,24 | 1,91 | 1,17 | 19,06 |
| | 4 | | | 0,235 | 187,00 | 0,835 | 154,00 | 9,54 | 1,92 | 1,89 | 1,02 | 19,06 |
| | 5 | | | 0,235 | 187,00 | 0,835 | 154,00 | 8,12 | 1,63 | 1,89 | 0,86 | 19,06 |
| | 6 | | | 0,235 | 187,00 | 0,835 | 154,00 | 7,50 | 1,51 | 1,89 | 0,80 | 19,06 |
| | 7 | | | 0,227 | 184,00 | 0,827 | 152,00 | 6,39 | 1,29 | 1,85 | 0,69 | 19,06 |
| | 8 | | | 0,223 | 182,00 | 0,823 | 150,00 | 5,83 | 1,17 | 1,84 | 0,64 | 19,06 |
| | 9 | | | 0,214 | 179,00 | 0,814 | 146,00 | 4,42 | 0,89 | 1,80 | 0,49 | 19,06 |
| | 10 | | | 0,210 | 177,00 | 0,810 | 143,50 | 3,66 | 0,74 | 1,78 | 0,41 | 19,06 |
| | 11 | | | 0,210 | 177,00 | 0,810 | 143,50 | 3,45 | 0,69 | 1,78 | 0,39 | 19,06 |
| | 12 | | | 0,212 | 177,50 | 0,812 | 144,50 | 2,94 | 0,59 | 1,79 | 0,33 | 19,06 |
| 5 | 1 | 0,250 | 0,190 | 0,185 | 210,00 | 0,810 | 179,50 | 13,05 | 2,61 | 1,61 | 1,63 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,185 | 210,00 | 0,810 | 179,50 | 12,00 | 2,41 | 1,61 | 1,50 | 19,66 |
| | 3 | | | 0,185 | 210,00 | 0,810 | 179,50 | 10,18 | 2,01 | 1,61 | 1,27 | 19,66 |
| | 4 | | | 0,185 | 210,00 | 0,810 | 179,50 | 8,70 | 1,74 | 1,61 | 1,08 | 19,66 |
| | 5 | | | 0,180 | 205,70 | 0,805 | 166,00 | 8,00 | 1,60 | 1,59 | 1,01 | 19,66 |
| | 6 | | | 0,180 | 205,70 | 0,805 | 166,00 | 7,14 | 1,43 | 1,59 | 0,90 | 19,66 |
| | 7 | | | 0,170 | 200,00 | 0,795 | 159,25 | 5,83 | 1,17 | 1,54 | 0,77 | 19,66 |
| | 8 | | | 0,165 | 197,00 | 0,790 | 156,00 | 5,46 | 1,09 | 1,52 | 0,72 | 19,66 |
| | 9 | | | 0,155 | 192,00 | 0,780 | 149,00 | 4,77 | 0,97 | 1,47 | 0,66 | 19,66 |
| | 10 | | | 0,150 | 187,50 | 0,775 | 146,00 | » | » | 1,45 | » | 19,66 |
| | | | | Charge sur le seuil de l'orifice. | | | | | | | | |
| 6 | 1 | » | » | 0,360 | 252,00 | 0,860 | 216,00 | 13,92 | 2,81 | 1,61 | 1,75 | 11,86 |
| | 2 | | | 0,350 | 242,00 | 0,850 | 205,00 | 12,50 | 2,50 | 1,58 | 1,59 | 20,96 |
| | 3 | | | 0,337 | 227,50 | 0,837 | 191,00 | 11,65 | 2,28 | 1,62 | 1,41 | 20,96 |
| | 4 | | | 0,335 | 225,00 | 0,835 | 188,00 | 10,00 | 2,01 | 1,61 | 1,25 | 20,96 |
| | 5 | | | 0,330 | 220,00 | 0,830 | 183,00 | 8,96 | 1,80 | 1,60 | 1,12 | 20,96 |
| | 6 | | | 0,330 | 220,00 | 0,830 | 183,00 | 7,79 | 1,57 | 1,60 | 0,98 | 20,96 |
| | 7 | | | 0,323 | 213,50 | 0,823 | 175,00 | 6,98 | 1,40 | 1,58 | 0,89 | 20,96 |
| | 8 | | | 0,315 | 206,00 | 0,815 | 167,00 | 6,25 | 1,26 | 1,56 | 0,80 | 20,96 |
| | 9 | | | 0,310 | 201,00 | 0,810 | 163,00 | 5,56 | 1,12 | 1,56 | 0,71 | 20,96 |
| | 10 | | | 0,310 | 201,00 | 0,810 | 163,00 | 4,84 | 0,97 | 1,56 | 0,62 | 20,96 |

*planes de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.*

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. $P$ | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V - v)v$. 1000 Q*h*. | $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$ | P*v*. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 11,86 | 3,49 | 41,41 | 6,35 | 47,76 | 85,50 | -41,00 | 44,50 | 1,07 | 0,28 | $m = 0{,}572$. |
| » | 19,06 | 3,21 | 61,12 | 5,83 | 66,95 | 85,50 | -27,00 | 58,50 | 1,14 | 0,38 | |
| 5 | 24,06 | 2,91 | 70,00 | 5,28 | 75,28 | 85,50 | -14,60 | 70,90 | 1,06 | 0,44 | |
| 10 | 29,06 | 2,49 | 72,46 | 4,53 | 76,99 | 85,00 | -10,70 | 74,30 | 1,04 | 0,47 | |
| 15 | 34,06 | 2,12 | 72,30 | 3,84 | 76,14 | 85,00 | 8,05 | 93,05 | 0,82 | 0,47 | |
| 20 | 39,06 | 1,96 | 76,72 | 3,56 | 80,28 | 85,00 | 11,20 | 96,20 | 0,83 | 0,50 | |
| 25 | 44,06 | 1,67 | 73,66 | 3,04 | 76,70 | 83,50 | 13,80 | 97,30 | 0,79 | 0,48 | |
| 30 | 49,06 | 1,52 | 74,81 | 2,72 | 75,53 | 83,00 | 14,70 | 97,70 | 0,77 | 0,50 | |
| 35 | 54,06 | 1,15 | 62,40 | 2,10 | 64,50 | 81,20 | 14,90 | 96,10 | 0,67 | 0,43 | |
| 45 | 64,06 | 0,96 | 61,37 | 1,75 | 63,12 | 80,40 | 14,10 | 94,50 | 0,67 | 0,43 | |
| 55 | 74,06 | 0,90 | 66,82 | 1,63 | 68,45 | 80,40 | 13,70 | 94,10 | 0,73 | 0,47 | |
| 75 | 94,06 | 0,77 | 72,40 | 1,39 | 73,79 | 80,75 | 13,00 | 93,75 | 0,79 | 0,50 | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,760 | 0,47 | |
| » | 11,86 | 3,42 | 40,61 | 6,13 | 46,74 | 103,00 | -56,00 | 47,00 | 0,99 | 0,23 | $m = 0{,}572$. |
| » | 19,66 | 3,15 | 61,94 | 5,67 | 67,61 | 103,00 | -40,75 | 62,25 | 1,08 | 0,35 | |
| 5 | 24,66 | 2,67 | 65,84 | 4,73 | 70,57 | 103,00 | -18,60 | 84,40 | 0,84 | 0,37 | |
| 10 | 29,66 | 2,28 | 67,72 | 4,08 | 71,80 | 103,00 | - 5,00 | 98,00 | 0,73 | 0,38 | |
| 15 | 34,66 | 2,10 | 72,78 | 3,75 | 76,53 | 101,00 | - 0,54 | 100,46 | 0,76 | 0,47 | |
| 20 | 39,66 | 1,87 | 74,35 | 3,34 | 77,69 | 101,00 | 4,70 | 105,70 | 0,73 | 0,45 | |
| 25 | 44,66 | 1,53 | 67,27 | 2,74 | 70,01 | 97,75 | 9,00 | 106,75 | 0,66 | 0,42 | |
| 30 | 49,66 | 1,43 | 71,10 | 2,55 | 73,65 | 97,00 | 9,40 | 106,40 | 0,70 | 0,46 | |
| 35 | 54,66 | 1,27 | 70,46 | 2,27 | 72,73 | 93,75 | 9,50 | 103,25 | 0,70 | 0,47 | |
| 45 | 64,66 | » | » | » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,713 | 0,44 | |
| » | 11,86 | 3,65 | 43,28 | 6,60 | 49,88 | 145,00 | -86,50 | 58,50 | 0,82 | 0,20 | $m = 0{,}336$. |
| » | 20,96 | 3,27 | 68,50 | 5,85 | 74,35 | 138,50 | -57,50 | 81,00 | 0,93 | 0,33 | |
| 5 | 25,96 | 2,96 | 76,84 | 5,34 | 81,18 | 126,00 | -34,80 | 91,20 | 0,89 | 0,40 | |
| 10 | 30,96 | 2,61 | 80,90 | 4,72 | 85,62 | 125,00 | -18,40 | 106,60 | 0,80 | 0,43 | |
| 15 | 35,96 | 2,34 | 84,15 | 4,22 | 88,37 | 123,00 | - 8,00 | 115,00 | 0,77 | 0,46 | |
| 20 | 40,96 | 2,04 | 83,44 | 3,68 | 187,12 | 123,00 | 1,24 | 124,24 | 0,70 | 0,46 | |
| 25 | 45,96 | 1,82 | 83,83 | 3,28 | 187,11 | 117,00 | 5,50 | 122,50 | 0,71 | 0,48 | |
| 30 | 50,96 | 1,63 | 83,27 | 2,95 | 86,22 | 113,00 | 8,10 | 121,10 | 0,71 | 0,50 | |
| 35 | 55,96 | 1,45 | 81,26 | 2,62 | 83,88 | 105,50 | 10,30 | 115,80 | 0,72 | 0,50 | |
| 45 | 65,96 | 1,27 | 83,43 | 2,27 | 85,70 | 105,50 | 11,80 | 117,30 | 0,74 | 0,51 | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,722 | 0,49 | |

**21.** *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans ce tableau, nous voyons, qu'en laissant de côté les expériences dans lesquelles la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique et celles où la vitesse de la roue était 0,25 et moins de celle de l'eau, le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est 0,74.

En effet, on trouve pour la valeur de ce rapport dans la

| | |
|---|---|
| 1re série | 0,708 |
| 2e | 0,738 |
| 3e | 0,751 |
| 4e | 0,760 |
| 5e | 0,713 |
| 6e | 0,722 |
| Moyenne générale | 0,737 ou 0,74 |

si, au lieu de prendre pour valeur moyenne de ce rapport la moyenne arithmétique entre les moyennes de chaque série, on prend la valeur moyenne des rapports fournis par chaque expérience, on trouve pour la moyenne générale 0,736.

On voit donc qu'en appliquant à la formule théorique le coëfficient de correction 0,74 la formule pratique

$$Pv = 0{,}74\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V-v)\,v\right]$$

ou

$$Pv = 740\,Q\left[h + \frac{(V-v)v}{g}\right];$$

qui en résultera, représentera avec une exactitude bien suffisante, les résultats de l'expérience entre les limites précédentes, qui comprennent presque tous les cas de la pratique.

Les troisième et quatrième séries, qui sont celles où le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique est le plus grand, et qui prises ensemble donnent pour sa valeur moyenne 0,755, étant relatives à des levées de vanne de $0^m,15$ et $0^m,20$, il semblerait que ces ouvertures seraient celles qui conviennent le mieux aux roues du genre de celles qui nous occupent.

Mais, si l'on compare les valeurs du rapport du travail disponible au

travail absolu du moteur, on voit que la moyenne des valeurs de ce rapport est, entre les limites indiquées, pour la

| | |
|---|---|
| 1re série | 0,28 |
| 2e | 0,37 |
| 3e | 0,42 |
| 4e | 0,47 |
| 5e | 0,44 |
| 6e | 0,49 |

d'où il paraîtrait résulter qu'il augmente avec la levée de la vanne au-delà de $0^m,20$ et jusqu'à $0^m,30$.

22. *Manière dont l'eau s'introduit et agit sur les aubes.* En examinant attentivement le mouvement de la roue et la manière dont l'eau agissait sur les aubes, on a remarqué les circonstances suivantes. Dès que la roue marchait à une vitesse un peu moindre que celle de l'eau affluente, celle-ci formait le long de leur surface un remou qui s'élevait d'autant plus que la différence de vitesse était plus grande. Avec des levées de vanne de $0^m,10$ à $0^m,15$, les aubes ayant $0^m,30$ de largeur dans le sens du rayon, ce remou commençait à dépasser le côté intérieur de la palette, et à se déverser dans l'intervalle inférieur, lorsque le rapport de la vitesse de la circonférence extérieure à celle de l'eau affluente était d'environ 0,25 à 0,26.

Il est d'ailleurs évident que ce déversement aurait eu lieu plus tard si la palette avait eu, à proportion, plus de largeur dans le sens du rayon. C'est par exemple, ce qui est arrivé pour la 1re série, où il n'a commencé que vers la valeur de $\frac{v}{V} = 0,155$.

Pour les levées de vanne supérieures, il n'a pas été possible de ralentir la vitesse de la roue au-delà du rapport $\frac{v}{V} = 0,62$ environ, parce que vers cette limite son mouvement devenait irrégulier et incertain.

On remarquera de plus, que dans les quatre premières séries d'expériences, le rapport de l'effet utile réel à l'effet théorique n'est sensiblement constant, ainsi que celui de l'effet utile disponible au travail absolu du moteur, qu'entre les limites de $\frac{v}{V} = 1$ et $\frac{v}{V}$ égal à la valeur pour laquelle le déversement dont nous venons de parler a lieu. C'est donc entre ces limites seulement qu'il conviendra d'employer la formule expérimentale du n° 21, et

dans les applications, il suffira de regarder la manière dont l'eau s'introduit dans la roue pour s'assurer si le rapport $\frac{v}{V}$ est effectivement compris entre les limites convenables.

Cet examen que la disposition de la roue de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz a rendu facile, fait voir que, s'il y avait eu un fond à cette roue, la veine fluide serait venue le choquer, toutes les fois qu'elle a passé par-dessus l'aube, et que par conséquent, il y aurait eu une perte de force vive, dont la formule théorique ne tient pas compte, tandis que, par la disposition existante, le terme relatif à l'effet du choc se trouve, il est vrai, diminué, quand une portion de l'une se déverse dans l'intervalle inférieur, mais celui qui représente l'effet de la pesanteur est augmenté, et qu'il peut encore, entre certaines limites, se faire une sorte de compensation entre ces effets contraires.

On voit donc que, dans les roues à aubes garnies d'un fond, toutes les fois que ce choc se produira avec une certaine intensité, l'effet utile total ne sera plus les 0,74 de l'effet théorique. C'est ce qui est arrivé pour la roue de la fonderie de Toulouse, où la charge d'eau sur le seuil étant assez forte, la vitesse de l'eau était considérable et où les palettes de $0^{m},50$ de largeur dans le sens du rayon avaient un fond.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur diminuant en même temps que celui de l'effet utile réel à l'effet théorique, il faut aussi conclure de ce qui précède, que dans les roues à aubes planes marchant sous de fortes hauteurs d'eau, il est nuisible de former un fond, et qu'il vaudrait beaucoup mieux donner aux aubes une plus grande largeur dans le sens du rayon.

23. *Observations diverses.* On observera de plus que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur paraît être sensiblement le même, et toujours voisin de son maximum, tant que le rapport $\frac{v}{V}$ est compris entre 0,55 et 0,80, sans qu'il soit possible, d'après ces expériences, d'indiquer exactement à quelle valeur correspond ce maximum, qui semble néanmoins se rapprocher du cas où $\frac{v}{V} = 0,66$.

Enfin le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur étant sensiblement plus grand pour les dernières séries que pour les premières, et s'élevant moyennement à 0,463 pour les trois dernières, où les levées

de vanne ont été de $0^m,20$, $0^m,25$ et $0^m,30$ avec une charge sur le centre de $0^m,33$ environ, tandis que pour la roue de la fonderie de Toulouse, il n'est, avec les mêmes levées et de plus fortes charges d'eau, que de 0,41, il faut en conclure :

1° Qu'il convient dans les roues de ce genre d'employer de fortes levées de vannes ou épaisseurs de lame d'eau;

2° Que ces roues sont plus avantageuses pour les très-petites chutes que pour les grandes.

On sait déjà, et l'on verra confirmer plus tard, par l'expérience, que dans tous les cas, il y a avantage à prendre l'eau par la surface.

## CHAPITRE TROISIÈME.

### EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES DE CÔTÉ DE LA MANUFACTURE D'ARMES DE CHATELLERAULT.

24. *Description sommaire.* Les expériences dont il va être question sont en trop petit nombre pour qu'on puisse en tirer des conclusions bien positives sur les roues de côté; aussi n'est-ce qu'en attendant une occasion favorable pour en faire de plus complètes qu'on les a jointes aux précédentes. Elles ont été exécutées en 1828, et les résultats en sont insérés dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie, mais il y a lieu aujourd'hui d'y apporter les corrections indiquées par suite des nouvelles expériences sur le frottement (*).

Les usines de la manufacture d'armes de Châtellerault sont établies sur la Vienne, et en 1828 toutes les roues déjà construites étaient des roues de côté, exactement semblables les unes aux autres, de même diamètre et différant seulement par leur largeur parallèle à l'axe. Pour les expériences on a choisi celle du martinet placé en aval et à gauche, dans la forge de l'arme blanche.

La roue en fonte, avec aubes et fond en bois (Pl. I, Fig. 6), est em-

(*) Il avait été fait en 1828 un bien plus grand nombre d'expériences qu'on n'en rapporte ici. Mais celles que l'on insère dans ce Mémoire sont les seules où le volume d'eau que l'orifice débitait pouvait être admis dans la roue, et pour lesquelles il soit possible par conséquent d'établir une comparaison entre les résultats de l'expérience et ceux de la théorie.

boîtée dans un coursier circulaire en fonte, et entre deux bajoyers en pierre de taille. Elle n'a que le jeu strictement nécessaire pour son passage.

L'orifice d'écoulement est pratiqué dans une paroi inclinée à 40° environ, et démasqué par une vanne qui s'abaisse en laissant habituellement une petite charge d'eau sur le sommet de l'ouverture. La vanne, à sa partie supérieure, a dans le sens de la veine fluide une largeur de $0^m,35$ environ, et est arrondie de manière à diriger les filets fluides presque horizontalement; ce qui annulle à-peu-près la contraction sur ce côté, et les deux côtés verticaux de l'orifice étant de plus dans le prolongement des parois du canal, la contraction est aussi supprimée sur ces deux côtés, d'où il résulte qu'elle n'a lieu que sur le côté supérieur, et le vannage étant incliné à 45° sur le seuil de l'orifice, il convient, d'après les expériences connues de M. Poncelet (*), d'assigner au coëfficient de la formule théorique de la dépense, la valeur 0,75.

25. *Formule employée pour le calcul de la dépense d'eau.* D'après cela le volume d'eau écoulée par seconde a été calculé par la formule

$$Q = 0,75 L (H - H') \sqrt{2g \frac{H + H'}{2}};$$

dans laquelle

Q exprime en mètres cubes le volume d'eau dépensé en 1",

$L = 1^m,28$ la largeur libre de l'orifice, déduction faite de l'épaisseur des crémaillères de la vanne, qui en obstruent une partie,

H la charge d'eau sur le seuil de l'orifice,

H' la charge d'eau sur le sommet de l'orifice.

26. *Détermination des diverses données du calcul de l'effet théorique.* On a pris pour la vitesse V de l'eau affluente à la circonférence extérieure de la roue celle qui correspond à la hauteur du côté inférieur de l'orifice, attendu que c'est à-peu-près la position moyenne entre celle où les aubes reçoivent l'action de l'eau. La direction de cette vitesse V faisant moyennement un angle $\gamma = 25°$ avec celle de la circonférence extérieure de la roue, on a $\cos \gamma = 0,90$ environ.

La hauteur du seuil de l'orifice au-dessus du bas du coursier ou du niveau d'aval, a donné la hauteur $h$ que l'eau parcourait verticalement sur la roue.

La vitesse $v$ de la circonférence extérieure des augets a été déduite de l'observation du nombre de tours de la roue dans un temps donné.

(*) Mémoire sur les roues à aubes courbes; seconde édition.

On a donc eu ainsi tous les élémens de la formule théorique

$$P v = 1000\,Q h + \frac{1000 Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v$$

à employer pour cette roue, et l'on a pu en déduire la quantité de travail théorique utilisée.

27. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, en tenant compte des frottemens.* L'arbre de la roue hydraulique porte une roue d'engrenage qui transmet le mouvement à l'arbre à cames, et c'est sur ce dernier que l'on a placé le frein, à un endroit où sa surface avait été tournée pour recevoir un volant. Une partie du travail réellement utilisé par la roue était donc consommée par les frottemens des axes et de l'engrenage, et pour pouvoir apprécier l'effet total de la roue, il était nécessaire d'ajouter ce travail à celui que le frein mesurait et que nous avons nommé le travail disponible. C'est ce que nous avons fait de la manière suivante : soient

F la charge totale du frein,
L son bras de levier,
$P''$ l'effort transmis par la roue dentée à la circonférence primitive du pignon de l'arbre à cames,
$r''$ le rayon de ce cercle primitif,
$p$ le poids de l'arbre à cames, du pignon et du cercle à cames,
$\rho''$ le rayon des tourillons de l'arbre à cames.

Le frottement sur les tourillons de l'arbre à cames est dû à la pression

$$p + F - P''$$

et si nous nommons $f_1$ le rapport du frottement à la pression pour un tourillon de fonte sur un coussinet en bronze avec enduit de saindoux, nous aurons pour le frottement sur les tourillons de l'arbre à cames

$$f_1(p + F - P'')$$

et lorsque le mouvement de la machine sera parvenu à l'uniformité, on aura la relation d'équilibre

$$P''r'' = FL + f_1\rho''(p + F - P'');$$

d'où

$$P'' = \frac{F(L + f_1\rho'') + f_1\rho'' p}{r'' + f_1\rho''}.$$

La substitution des données numériques $L = 3^m,60$, $f_1 = 0,08$, $\rho'' = 0^m101$,

$r'' = 0^{m},488$, $p = 5527^{kil}$, dans cette expression la réduit à

$$P'' = 7,274\,F + 90^{kil},09.$$

Cet effort P″, considéré comme résistance, produit entre les dents du pignon et celles de la roue, un frottement dont l'effort moyen a pour expression

$$fP''\pi\frac{m+m'}{mm'};$$

dans laquelle $f = 0,07$ est le rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte et des dents en bois avec enduit gras, $\pi = 3,1416$, $m = 128$, $m' = 33$, les nombres respectifs des dents de la roue et du pignon ; il en résulte que l'effort qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue à dents en bois pour vaincre ce frottement et la résistance P″ a pour valeur

$$P''\left[1 + f\pi\frac{m+m'}{mm'}\right] = 1,0084\,P''.$$

Appelons-le P′ pour la simplicité des calculs et considérons ce qui se passe autour de l'axe de la grande roue dentée et de la roue hydraulique.

Les arbres de ces deux roues sont accouplés par un manchon, et leurs axes étant exactement dans le prolongement l'un de l'autre, on peut, dans le calcul, les regarder comme n'en faisant qu'un. D'après cela nommant

$q$ le poids de l'arbre intérieur et la roue dentée,

$\rho'$ le rayon des tourillons de cet arbre,

M le poids de la roue hydraulique et de son arbre,

$\rho$ le rayon de ses tourillons,

P l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue,

$\alpha$ l'angle formé par sa direction moyenne avec la verticale,

$f$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs coussinets,

On aura pour la somme des momens des frottemens des tourillons de ces arbres,

$$f(P'+q)\rho' + f\rho\sqrt{(M + P\cos\alpha)^2 + P^2\sin\alpha^2}$$

ou à $\frac{1}{25}$ près pour le second terme

$$f(P'+q)\rho' + 0,96\,f(M + P\cos\alpha)\rho + 0,4\,fP\sin\alpha.\rho.$$

Par conséquent, lorsque le mouvement de la roue sera parvenu à l'uniformité, on aura l'équation d'équilibre

$$PR = P'r' + f(P' + q)\rho' + 0{,}96 f\rho(M + P\cos\alpha) + 0{,}4 f\rho P \sin\alpha,$$

dans laquelle $R = 3^{m},25$ est le rayon extérieur de la roue,
$r' = 1^{m},893$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage,
$f = 0{,}08$, $q = 3221^{kil}$, $\rho' = 0^{m},094$, $M = 21017^{kil}$, $\rho = 0^{m},14$, $\alpha = 65°$, $\cos\alpha = 0{,}423$, $\sin\alpha = 0{,}906$, et qui, par la substitution de ces valeurs, se réduit à

$$P = 0{,}587\,P' + 80^{kil}.$$

Mais nous avons déjà

$$P' = 1{,}0084\,P'' = 1{,}0084(7{,}274\,F + 90{,}09)$$

et en introduisant cette valeur dans celle de P, elle devient

$$P = 4{,}310\,F + 133^{kil},33.$$

Cette expression nous donnera donc pour chaque expérience la valeur de l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue, en y substituant celle de F' ou de la charge totale du frein correspondante; puis en multipliant cette valeur de P par la vitesse $v$ de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons la quantité de travail totale réellement transmise à la roue. C'est ce produit qu'il faudra ensuite comparer au résultat de la formule théorique relative à cette roue, pour en déduire le coëfficient de correction à appliquer à cette formule.

28. *Comparaison de l'effet utile total déduit de l'expérience et de l'effet théorique.* Il y a deux manières de faire cette comparaison; la première consiste à rechercher la valeur du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique, et à prendre cette valeur pour le coëfficient de correction de la formule, ce qui revient à affecter d'une seule et même correction les deux termes de l'équation théorique. Cette méthode est celle que l'on suit généralement; la seconde est d'admettre à priori que le second terme relatif aux variations de la force vive de l'eau, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, représente exactement les effets produits, et que la correction doit porter en entier sur le premier terme, pour tenir compte des fuites et de la résistance des parois du coursier.

Dans le tableau suivant on a établi ces deux comparaisons, et l'on peut voir par les résultats qu'il n'y a guère plus d'accord entre les valeurs des coëfficens de correction déduits de l'une ou de l'autre.

*Expériences faites en octobre 1828, sur l'une des roues*

| NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de $2^m,28$. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde $v$ | VITESSE de l'eau affluente en une seconde V | RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$ | CHARGE DU | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | Constante. | Variable. |
| | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | kil | kil |
| 1 | 0,10 | 0,228 | 0,340 | 441 | 1,67 | 736 | 1,025 | 2,77 | 0,37 | 71 | » |
| 2 | 0,15 | 0,342 | 0,425 | 740 | 1,68 | 1243 | 1,260 | 3,13 | 0,40 | 110,5 | 25 |
| 3 | 0,15 | 0,342 | 0,352 | 672 | 1,65 | 1112 | 1,510 | 2,90 | 0,52 | 71 | 13 |
| 4 | 0,20 | 0,456 | 0,375 | 927 | 1,65 | 1534 | 2,050 | 3,05 | 0,67 | 71 | 13 |
| 5 | 0,25 | 0,570 | 0,395 | 1189 | 1,65 | 1962 | 2,280 | 3,20 | 0,71 | 71 | 13 |
| 6 | 0,25 | 0,570 | 0,395 | 1189 | 1,65 | 1962 | 2,440 | 3,20 | 0,76 | 71 | » |

29. ***Conséquences des résultats consignés dans le tableau précédent.*** L'examen des résultats contenus dans le tableau précédent, montre que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique est moyennement égal à 0,75, et cette valeur ne s'éloigne que de $\frac{1}{14}$, à $\frac{1}{15}$ au plus de celles qui en diffèrent le plus. Par conséquent les résultats de l'expérience seront représentés avec cette approximation par la formule pratique

$$Pv = 0,75\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v\right].$$

30. ***Quand la valeur de*** h ***est grande par rapport à celle de*** $\frac{V^2}{2g}$ ***la vitesse*** v ***de la roue peut, sans inconvénient, varier entre des limites assez étendues.*** On remarquera de plus que, dans ces expériences, le rapport de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente a varié depuis 0,37 jusqu'à 0,67, sans que celui de l'effet utile total à l'effet théorique, et même celui du travail disponible au travail absolu du moteur s'éloignassent sensiblement de leurs valeurs moyennes, ce qui montre que, dans les roues de ce genre, il n'y a pas d'inconvéniens à augmenter un peu la vitesse, et qu'on peut la porter jusqu'à $2^m$ par seconde, quoique la théorie indique qu'elle doit être la plus petite possible. Il semble néanmoins que c'est aux valeurs de $\frac{v}{V}$ comprises entre 0,40 et 0,67 que correspond le maximum d'effet.

*de martinet de la manufacture d'armes de Chatellerault.*

| FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendoit à prendre en une seconde | EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde | EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000Qh. | $1000Q : g \times (V\cos\gamma - v)v$ | Pv. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | | |
| 71 | 4,38 | 312 | 148 | 460 | 564 | 68 | 632 | 0,73 | 0,69 | 0,42 | |
| 125,5 | 5,39 | 676 | 172 | 848 | 875 | 250 | 1123 | 0,75 | 0,68 | 0,55 | |
| 84 | 6,49 | 545 | 203 | 748 | 753 | 186 | 939 | 0,80 | 0,74 | 0,49 | |
| 84 | 8,77 | 737 | 278 | 1015 | 1088 | 207 | 1295 | 0,78 | 0,74 | 0,48 | |
| 84 | 9,74 | 818 | 312 | 1130 | 1344 | 274 | 1618 | 0,70 | 0,64 | 0,42 | |
| 71 | 10,44 | 741 | 327 | 1070 | 1344 | 214 | 1558 | 0,69 | 0,64 | 0,38 | |
| | | | | | | | Moyennes.. | 0,75 | 0,69 | | |

Cette faible influence de la vitesse de la roue entre des limites assez étendues, tient à ce que dans les roues de ce genre, qui prennent l'eau à la surface du réservoir, ou à-peu-près, la hauteur $h$ que l'eau parcourt en descendant sur la roue étant assez grande et constante, quelle que soit la vitesse de la roue, le terme $1000\,Qh$ est invariable et ordinairement très-grand par rapport au terme $\frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$, sur lequel influe le rapport des vitesses, et que des différences même assez notables dans la valeur de celui-ci, ne peuvent avoir une grande influence sur le résultat total. Nous verrons cette observation se reproduire pour d'autres rones à aubes planes et pour les roues à augets.

La recherche du coëfficient de correction qu'il conviendrait d'appliquer au premier terme de la formule théorique, en regardant le second comme représentant exactement les effets de la variation de force vive, nous donne pour sa valeur moyenne 0,69, qui s'éloigne de $\frac{1}{13}$ à $\frac{1}{14}$ de celles qui en diffèrent le plus. Ce mode de comparaison semble donc moins approché que le premier auquel il nous parait plus convenable, quant à présent, de s'arrêter.

31. *Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.* Quant au rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, sa valeur moyenne prise sur les cinq premières expériences est 0,47; mais je ferai

6

remarquer que les résistances passives ayant absorbé une quantité de travail considérable, tant à cause du poids excessif des pièces que des dimensions exagérées des tourillons, ce rapport est beaucoup moindre qu'il n'eût été, si l'on eût pu placer le frein sur l'arbre même de la roue hydraulique, et que si, au lieu de s'élever au quart de l'effet total, le travail consommé par les frottemens n'en eût été que le dixième ou le douzième, comme pour les roues précédentes, le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur eût atteint 0,60 au moins, ce qui rend manifeste l'avantage qu'il y a de prendre l'eau à la surface du réservoir d'amont, pour l'introduire sur la roue.

## CHAPITRE QUATRIÈME.

---

### EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA TAILLERIE DE LA CRISTALLERIE DE BACCARAT, DÉPARTEMENT DE LA MEURTHE (*).

32. *Description sommaire.* Cette roue, construite en 1816 par MM. Aitken et Steel (Pl. II, Fig. 1), est emboitée dans un coursier circulaire, en pierre de taille, qui lui est exactement concentrique. Son arbre est en fonte, ainsi que les bras et les couronnes dans lesquelles sont assemblés les bracons des aubes. Le jeu de celles-ci dans le coursier est réduit à quelques millimètres, tant sur le fond que sur les côtés. La vanne s'abaisse pour laisser passer l'eau comme sur un déversoir, elle a $3^{m},90$ de largeur. Le rayon de la roue est de $2^{m},003$; sa largeur, parallèlement à l'axe, est la même que celle de la vanne, la chute totale a varié, pendant les expériences, de $2^{m},008$ à $2^{m},079$. Le nombre des aubes est de 32 et leur capacité de $0^{m.c},493$ environ.

33. *Formule employée pour calculer la dépense d'eau.* Les abaissemens de la vanne au-dessous du niveau général du réservoir, ont été successivement de $0^{m},112$, $0^{m},175$, $0^{m},220$ et $0^{m},260$, et par conséquent dans

---

(*) Ces expériences ont été entreprises, ainsi que celles dont il sera parlé au chapitre suivant, à l'invitation de M. Toussaint, mon ancien camarade à l'école Polytechnique, aujourd'hui directeur de la belle cristallerie de Baccarat, qui m'a aidé à les exécuter.

la formule qui donne la dépense de cet orifice en déversoir

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

et dans laquelle on désigne par

Q la dépense effective en 1″ exprimée en mètres cubes,

$L = 3^m,90$ la largeur de l'orifice,

H la hauteur du niveau général du réservoir, au-dessus du sommet du déversoir,

$g = 9^m,8088$, $m$ un coëfficient numérique.

Il faudra, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros, prendre respectivement pour chaque série les valeurs suivantes de $m$

0,393, 0,390, 0,385 et 0,385.

Pour déterminer la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, on a d'abord recherché le point où le filet moyen de la lame d'eau rencontre la circonférence extérieure de la roue, l'on a pris pour V la vitesse due à la hauteur de ce point, au-dessous du niveau général du réservoir. L'angle $\gamma$ formé par cette vitesse V avec celle $v$ de la circonférence de la roue, ou avec la tangente à cette circonférence, a été déduit du tracé de la parabole décrite par le filet moyen.

La hauteur du point de rencontre de ce filet moyen au-dessus du point inférieur de la roue est celle que l'eau parcourt depuis le moment de son introduction jusqu'à celui de sa sortie, ou la valeur de $h$.

La vitesse $v$ de la circonférence de la roue a été déduite du nombre de tours faits dans un temps donné, observé à l'aide d'une montre à secondes mortes.

On a eu ainsi tous les élémens de la formule théorique

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v$$

à employer pour cette roue, et l'on a pu en déduire la quantité de travail théorique utilisé.

34. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, en tenant compte des frottemens.* Les localités ne permettaient pas de placer le frein sur l'arbre même de la roue, et on a été obligé de le monter sur un second arbre de couche, animé d'une vitesse beaucoup plus grande que la roue.

Il a donc été nécessaire de tenir compte, dans le calcul, de l'effet utile total de la roue, des quantités de travail consommé par les frottemens des axes de rotation et des engrenages. C'est ce que l'on a fait à l'aide des formules suivantes.

En appelant

F la charge totale du frein, y compris le poids de son levier rapporté au crochet de suspension,

$L = 2^{m},503$ la distance horizontale du point de suspension de cette charge au plan vertical qui passe par l'axe du second arbre de couche,

S' l'effort disponible à la circonférence primitive de l'engrenage, qui fait équilibre à la charge du frein et au frottement des tourillons de cet arbre,

$r' = 0^{m},38$ le rayon du cercle primitif de ce pignon,

$N'' = 730^{kil}$ le poids du second arbre de couche, y compris celui du pignon, du collier et d'une partie du levier du frein,

$\rho = 0^{m},05$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression, pour ces tourillons enduits de saindoux ou d'huile;

On a, entre ces quantités, la relation

$$S'r' = FL + 0,96 f\rho''(N'' + F) + 0,4 f\rho''S'$$

d'où l'on tire

$$S' = \frac{F(L + 0,96 f\rho'') + 0,96 f\rho N''}{r' - 0,4 f\rho''},$$

ou, en y substituant les données numériques précédentes,

$$S' = 6,612\,F + 6,47^{kil}$$

$n = 152$ et $n' = 44$ étant respectivement les nombres des dents de la roue d'engrenage du premier arbre de couche et du pignon du second arbre, et $f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression, pour les dents en bois et en fonte enduites de saindoux, on a pour l'effort S qui doit être transmis à la circonférence de cette roue, pour vaincre la résistance S' et le frottement de l'engrenage

$$S = S'\left(1 + f\pi\frac{n+n'}{nn'}\right) = 1,0062\,S' = 6,661\,F + 6,509^{kil}.$$

Désignant ensuite par

$Q'$ l'effort disponible à la circonférence primitive du premier pignon pour surmonter la résistance S et le frottement des tourillons du premier arbre de couche,

$r = 0^m,435$ le rayon du cercle primitif du pignon,

$R'' = 1^m,27$ le rayon du cercle primitif de la roue d'engrenage du premier arbre de couche ou le bras de levier de la résistance S,

$N' = 1084^{kil}$ le poids total du premier arbre de couche, de son engrenage et de son pignon,

$\rho' = 0^m,062$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons enduits de saindoux,

$a = 32°$ l'inclinaison de la ligne des centres de la roue hydraulique et du premier arbre de couche à l'horizon,

On aura, entre ces quantités la relation,

$$Q'r = SR'' + 0,96\,f\rho'\,(N' - Q'\cos a) + 0,4\,f\rho'(Q'\sin a + S)$$

d'où l'on tire

$$Q' = \frac{S(R'' + 0,4f\rho') + 0,96f\rho'N'}{r + 0,96f\rho'\cos a - 0,4f\rho'\sin a}$$

qui, par la substitution des données numériques précédentes, se réduit à

$$Q' = 2,958S + 15,613^{kil} = 19,703F + 25,763^{kil},$$

$m = 146$, $m' = 35$, étant respectivement les nombres de dents de la roue d'engrenage A et du pignon B, $f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces dents enduites de saindoux,

On a, pour l'effort disponible Q, qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue A, pour vaincre la résistance $Q'$ et le frottement de l'engrenage,

$$Q = Q'\left(1 + f\pi\frac{m+m'}{mm'}\right) = 1,008Q = 19,861F + 25,97^{kil}.$$

Enfin, autour de l'arbre de la roue hydraulique, nommant

P l'effort exercé à la circonférence extérieure de cette roue,

$R = 2^m,003$ le rayon de cette circonférence,

$R' = 1^m,815$ le rayon du cercle primitif de la roue d'engrenage montée sur l'arbre de la roue hydraulique,

$b = 45°$ l'angle de la direction moyenne de l'effort P avec l'horizontale,

$N = 13025^{kil}$ le poids total de la roue hydraulique, de son arbre, de la roue d'engrenage, en négligeant le poids propre de l'eau contenue dans la roue, et qui est en grande partie supporté par le coursier,

$\rho = 0^m,135$ le rayon des tourillons de l'arbre de la roue,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

On a, entre ces quantités, la relation

$$PR = QR' + 0,96 f\rho (N + P\cos b - Q\cos a) + 0,4 f\rho (P\sin b - Q\sin a)$$

d'où l'on tire

$$P = \frac{Q(R' - 0,96 f\rho \cos a - 0,4 f\rho \sin a) + 0,96 f\rho N}{R - 0,96 f\rho \cos b - 0,4 f\rho \sin b}.$$

La substitution des données précédentes réduit cette valeur de P à

$$P = 17,974F + 82,14^{kil}.$$

Cette expression nous donnera donc pour chaque expérience, la valeur de l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue, en y substituant celle de F ou de la charge totale du frein correspondante; puis, en multipliant cette valeur de P par la vitesse $v$ de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons la quantité de travail totale réellement transmise à la roue. C'est ce produit qu'il faudra ensuite comparer au résultat de la formule théorique relative à cette roue, pour en déduire le coëfficient de correction à appliquer à cette formule.

35. *Résultats des expériences.* Les résultats de cette comparaison et de celle de la quantité de travail disponible mesurée par le frein au travail absolu du moteur, ainsi que tous les élémens des calculs sont réunis dans le tableau suivant.

*Expériences sur la roue à aubes planes de*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR du niveau du réservoir sur le sommet de la vanne en déversoir sur une largeur de 3m,90. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q. | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v | VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue décomposée dans le sens de cette circonférence V cos γ | RAPPORT des vitesses v et V cos γ. | CHARGE DU FREIN. Constante. | CHARGE DU FREIN. Variable. | CHARGE DU FREIN. Totale. F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | kil | m | k.m | m | m | | kil | kil | kil |
| 1 | 1 | 0,118 | 276 | 2,008 | 552 | 0,847 | 1,061 | 0,80 | 15,625 | 7 | 22,625 |
| | 2 | 0,118 | 276 | 2,008 | 552 | 0,671 | 1,061 | 0,63 | 15,625 | 12 | 27,625 |
| | 3 | 0,118 | 276 | 2,008 | 552 | 0,582 | 1,061 | 0,53 | 15,625 | 17 | 32,625 |
| | 4 | 0,118 | 276 | 2,008 | 552 | 0,513 | 1,061 | 0,48 | 15,625 | 22 | 37,625 |
| 2 | 1 | 0,171 | 477 | 2,052 | 978 | 1,518 | 1,033 | » | 15,625 | 7 | 22,625 |
| | 2 | 0,174 | 484 | 2,055 | 995 | 1,341 | 1,033 | » | 15,625 | 12 | 27,625 |
| | 3 | 0,174 | 484 | 2,055 | 1095 | 1,163 | 1,033 | » | 15,625 | 17 | 32,625 |
| | 4 | 0,176 | 497 | 2,057 | 1095 | 0,873 | 1,033 | 0,84 | 15,625 | 27 | 42,625 |
| | 5 | 0,176 | 497 | 2,057 | 1095 | 0,742 | 1,033 | 0,72 | 15,625 | 32 | 47,625 |
| | 6 | 0,175 | 493 | 2,056 | 1014 | 0,728 | 1,033 | 0,71 | 15,525 | 37 | 52,625 |
| | 7 | 0,174 | 484 | 2,055 | 995 | 0,671 | 1,033 | 0,65 | 15,625 | 42 | 57,625 |
| | 8 | 0,174 | 484 | 2,055 | 995 | 0,623 | 1,033 | 0,60 | 15,625 | 47 | 62,625 |
| | 9 | 0,174 | 484 | 2,055 | 995 | 0,554 | 1,033 | 0,54 | 15,625 | 52 | 67,625 |
| | 10 | 0,174 | 484 | 2,055 | 995 | 0,520 | 1,033 | 0,50 | 15,625 | 57 | 72,625 |
| | 11 | 0,175 | 493 | 2,056 | 1014 | 0,484 | 1,033 | 0,47 | 15,625 | 62 | 77,625 |
| 3 | 1 | 0,219 | 682 | 2,064 | 1410 | 2,330 | 1,145 | » | 15,625 | 7 | 22,625 |
| | 2 | 0,219 | 682 | 2,064 | 1410 | 1,838 | 1,145 | » | 15,625 | 17 | 32,625 |
| | 3 | 0,218 | 678 | 2,063 | 1400 | 1,452 | 1,145 | » | 15,625 | 27 | 42,625 |
| | 4 | 0,220 | 687 | 2,065 | 1422 | 1,162 | 1,145 | » | 15,625 | 37 | 52,625 |
| | 5 | 0,220 | 687 | 2,065 | 1422 | 0,969 | 1,145 | 0,84 | 15,625 | 47 | 62,625 |
| | 6 | 0,218 | 678 | 2,063 | 1400 | 0,830 | 1,145 | 0,73 | 15,625 | 57 | 72,625 |
| | 7 | 0,218 | 678 | 2,063 | 1400 | 0,727 | 1,145 | 0,63 | 15,625 | 67 | 82,625 |
| | 8 | 0,219 | 682 | 2,064 | 1410 | 0,645 | 1,145 | 0,56 | 15,625 | 77 | 92,625 |
| | 9 | 0,222 | 696 | 2,067 | 1440 | 0,514 | 1,145 | 0,45 | 15,625 | 87 | 102,625 |
| 4 | 1 | 0,245 | 810 | 2,062 | 1675 | 1,586 | 1,145 | » | 15,625 | 32 | 47,625 |
| | 2 | 0,252 | 944 | 2,069 | 1745 | 1,342 | 1,145 | » | 15,625 | 42 | 57,625 |
| | 3 | 0,256 | 865 | 2,073 | 1790 | 1,058 | 1,145 | 0,925 | 15,625 | 57 | 72,625 |
| | 4 | 0,258 | 875 | 2,075 | 1819 | 0,894 | 1,145 | 0,78 | 15,625 | 67 | 82,625 |
| | 5 | 0,259 | 878 | 2,076 | 1824 | 0,794 | 1,145 | 0,69 | 15,625 | 77 | 92,625 |
| | 6 | 0,262 | 893 | 2,079 | 1858 | 0,698 | 1,145 | 0,61 | 15,625 | 87 | 102,625 |
| | 7 | 0,262 | 893 | 2,079 | 1858 | 0,794 | 1,145 | 0,69 | 15,625 | 77 | 92,625 |
| | 8 | 0,262 | 893 | 2,079 | 1858 | 0,918 | 1,145 | 0,80 | 15,625 | 67 | 82,625 |
| | 9 | 0,262 | 893 | 2,079 | 1858 | 0,995 | 1,145 | 0,87 | 15,625 | 57 | 72,625 |
| | 10 | 0,262 | 893 | 2,079 | 1858 | 1,162 | 1,145 | » | 15,625 | 47 | 62,625 |
| | 11 | 0,257 | 870 | 2,074 | 1806 | 1,452 | 1,145 | » | 15,625 | 37 | 52,625 |
| | 12 | 0,257 | 870 | 2,074 | 1806 | 1,745 | 1,145 | » | [illegible] | 27 | 42,625 |

*la taillerie de la cristallerie de **Baccarat**.*

| VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$ | | | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $1000Qh$. | $\frac{1000Q}{g} \times (V\cos\gamma - v)v$. | Pv. | | | |
| m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| 15,30 | 347 | 69 | 416 | 521 | 6 | 527 | 0,790 | 0,626 | |
| 12,10 | 335 | 54 | 389 | 521 | 11 | 532 | 0,752 | 0,605 | |
| 10,50 | 343 | 47 | 390 | 521 | 14 | 535 | 0,730 | 0,620 | |
| 9,25 | 348 | 41 | 389 | 521 | 15 | 536 | 0,729 | 0,630 | |
| | | | | | | Moyennes. . | 0,750 | 0,620 | |
| 27,35 | 618 | 126 | 744 | 920 | — 22 | 898 | 0,831 | 0,631 | |
| 24,20 | 670 | 107 | 777 | 934 | — 15 | 919 | 0,846 | 0,673 | |
| 20,96 | 685 | 93 | 778 | 934 | — 5 | 929 | 0,838 | 0,687 | |
| 15,73 | 672 | 69 | 741 | 960 | 9 | 969 | 0,764 | 0,660 | |
| 13,38 | 638 | 58 | 696 | 960 | 11 | 971 | 0,713 | 0,685 | |
| 13,10 | 690 | 58 | 748 | 954 | 12 | 966 | 0,775 | 0,679 | |
| 12,10 | 698 | 51 | 749 | 934 | 19 | 953 | 0,778 | 0,703 | |
| 11,24 | 703 | 48 | 751 | 934 | 21 | 955 | 0,777 | 0,707 | |
| 9,98 | 676 | 42 | 718 | 934 | 24 | 958 | 0,751 | 0,680 | |
| 9,40 | 684 | 37 | 721 | 934 | 26 | 960 | 0,751 | 0,687 | |
| 8,74 | 680 | 35 | 715 | 954 | 29 | 983 | 0,728 | 0,669 | |
| | | | | | | Moyennes. . | 0,755 | 0,673 | |
| 41,90 | 950 | » | 1140 | 1309 | — 85 | 1224 | 0,930 | 0,673 | |
| 33,10 | 1080 | » | 1225 | 1309 | — 81 | 1258 | 0,975 | 0,758 | |
| 26,20 | 1136 | » | 943 | 1299 | — 24 | 1275 | 0,745 | 0,810 | |
| 20,95 | 1102 | » | 1193 | 1319 | — 4 | 1315 | 0,922 | 0,774 | |
| 17,45 | 1093 | » | 1180 | 1319 | 10 | 1309 | 0,888 | 0,768 | |
| 14,99 | 1089 | » | 1154 | 1309 | 19 | 1290 | 0,777 | 0,777 | |
| 13,20 | 1090 | » | 1148 | 1309 | 32 | 1277 | 0,863 | 0,778 | |
| 11,65 | 1080 | » | 1130 | 1309 | 32 | 1277 | 0,844 | 0,765 | L'eau rejaillit un peu entre les aubes. |
| 9,25 | 950 | » | 990 | 1335 | 43 | 1292 | 0,714 | 0,660 | *Idem.* |
| | | | | | | Moyennes. . | 0,817 | 0,751 | |
| 28,59 | 1360 | 128 | 1488 | 1529 | — 36 | 1493 | 0,995 | 0,812 | |
| 24,18 | 1393 | 97 | 1490 | 1598 | — 18 | 1580 | 0,944 | 0,798 | |
| 19,04 | 1385 | 85 | 1470 | 1642 | 8 | 1650 | 0,891 | 0,774 | |
| 16,12 | 1332 | 68 | 1400 | 1663 | 22 | 1685 | 0,831 | 0,734 | L'eau rejaillit en dedans de la roue. |
| 14,30 | 1325 | 65 | 1390 | 1670 | 30 | 1700 | 0,818 | 0,727 | *Idem.* |
| 12,59 | 1293 | 52 | 1345 | 1700 | 40 | 1740 | 0,774 | 0,697 | *Idem.* |
| 14,30 | 1325 | 65 | 1390 | 1700 | 31 | 1731 | 0,803 | 0,714 | *Idem.* |
| 16,53 | 1369 | 79 | 1448 | 1700 | 20 | 1720 | 0,842 | 0,737 | *Idem.* |
| 18,48 | 1342 | 83 | 1425 | 1700 | 14 | 1714 | 0,832 | 0,724 | |
| 20,95 | 1315 | 110 | 1430 | 1700 | — 2 | 1698 | 0,843 | 0,714 | |
| 26,20 | 1380 | 118 | 1498 | 1650 | — 27 | 1523 | 0,983 | 0,765 | |
| 31,40 | 1340 | 145 | 1485 | 1650 | — 53 | 1597 | 0,930 | 0,741 | |
| | | | | | | Moyennes. . | 0,829 | 0,744 | |

36. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, et laissant de côté les expériences où la vitesse de la circonférence extérieure de la roue était plus grande que celle du filet moyen de la veine fluide, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique; on voit que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est pour

| | |
|---|---|
| La 1re série d'expériences | 0,750 |
| La 2e série | 0,755 |
| La 3e série | 0,817 |
| La 4e série | 0,829 |

On remarquera que ce rapport parait croître un peu avec l'épaisseur de la lame d'eau. Il en est à peu près de même du rapport du travail disponible mesuré par le frein au travail absolu dépensé par le moteur. En effet, la valeur de ce second rapport est pour

| | |
|---|---|
| La 1re série | 0,620 |
| La 2e série | 0,673 |
| La 3e série | 0,751 |
| La 4e série | 0,744 |

si l'augmentation ne s'est pas manifestée davantage à cette dernière série d'expériences, c'est que le volume d'eau considérable qui était dépensé par l'orifice, atteignait ou dépassait parfois les deux tiers de la capacité des augets, et qu'une portion était projetée à l'intérieur de la roue en pure perte.

De cette observation l'on doit conclure qu'il faut disposer ces roues de manière que l'abaissement de la vanne, en déversoir, au-dessous du niveau du réservoir soit de 0m,20 à 0m,25 : ce qui offre en outre l'avantage de diminuer, autant que possible leur largeur parallèle à l'axe.

L'accroissement du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique avec l'épaisseur de la lame d'eau qui passe sur la vanne, est assez faible pour que nous puissions adopter pour sa valeur moyenne, la moyenne arithmétique entre les précédentes qui est

0,788,

et qui ne diffère de chacune des moyennes particulières à chaque série que de $\frac{1}{15}$ au plus, de sorte qu'en appliquant à la formule théorique des roues de côté, ce rapport, comme coëfficient de correction, le résultat de toutes

les expériences précédentes, sera représenté à moins de $\frac{1}{25}$ par la formule pratique

$$Pv = 0,788\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v\right]$$

ou

$$Pv = 788\,Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

**37.** *Observations relatives à la vitesse de la roue.* Dans les expériences qui ont conduit à cette formule pratique, le rapport de la vitesse de la circonférence de la roue à la vitesse d'affluence $V\cos\gamma$ de l'eau dans le sens de la précédente, a varié depuis 0,47 jusqu'à l'unité, et la vitesse $v$ de la circonférence de la roue depuis $0^{m},48$ jusqu'à $1^{m},80$ par seconde, sans que ni l'effet utile total, ni la quantité de travail disponible mesurée par le frein ait varié notablement. On voit donc que ces roues ont la propriété de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes, sans que leur effet utile s'éloigne de sa valeur maximum. Cela tient, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer au n° 30 du chapitre précédent, à ce que l'influence du terme qui dépend des vitesses V et $v$ est très-faible, par rapport à celui de la hauteur $h$ que l'eau parcourt sur la roue.

**38.** *Le volume d'eau introduit dans les augets ne doit pas dépasser la moitié de leur capacité.* Il est d'ailleurs en général avantageux de faire marcher ces roues assez vite, parce que l'on diminue ainsi les fuites ou pertes d'eau, que l'on a besoin de moins d'engrenages pour transmettre la vitesse convenable aux outils; mais surtout parce qu'en tournant vite, la roue peut admettre un volume d'eau considérable, sans que ses augets soient trop remplis.

Cette dernière condition est importante à satisfaire, car lorsque le volume d'eau que chaque auget doit admettre, approche de celui qui est compris entre deux aubes, une portion du liquide est projetée dans l'intérieur de la roue et perdue pour l'effet utile. C'est, par exemple, ce qui est arrivé dans la 4ᵉ série des expériences précédentes, et surtout aux 4ᵉ, 5ᵉ, 6ᵉ, 7ᵉ expériences, où le volume d'eau que chaque auget devait admettre, était respectivement de $0^{m.c},451$, $0^{m.c},510$ $0^{m.c},451$, $0^{m.c},384$, tandis que la capacité totale de l'auget, sans déduction relative à l'ouverture du fond, n'était que de $0^{m.c},493$. C'est cette cause qui a diminué l'effet utile dans ces expériences, et contribué à rendre moins grand le rapport de cet effet à l'effet théorique.

De cette observation il résulte que dans l'établissement des roues de côté il conviendra que la vitesse, la largeur de la roue et la capacité des augets soit tellement proportionnées, que le volume d'eau qui devra y être introduit, ne dépasse jamais les 0,50 de cette capacité.

En définitive, cette roue transmettant au second arbre de couche, et déduction faite de toutes les résistances passives, une quantité de travail qui, pour les fortes levées de vanne, sous lesquelles elle fonctionne habituellement, n'est pas moindre que 0,75 du travail absolu du moteur, on voit qu'elle est d'un emploi fort avantageux, et qu'elle peut être regardée comme l'une des mieux construites en ce genre.

## CHAPITRE CINQUIÈME.

### EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE L'ATELIER DES MEULES A BACCARAT.

39. *Description sommaire.* Il a été construit récemment à la cristallerie de Baccarat, une autre roue à aubes planes (Pl. II, Fig. 2), emboîtée dans un coursier circulaire et destinée à faire mouvoir une paire de meules employées à pulvériser les matières et des tours à tailler les cristaux. Cette roue, représentée en coupe (Fig. 3), se compose de deux joues en bois, dans lesquelles s'assemblent les aubes et le fond; les bras en bois sont engagés dans des embrassures en fonte, qui sont fixées sur un arbre en fonte. Un cercle d'engrenage, monté sur l'une des joues, communique le mouvement à l'arbre de couche sur lequel le frein était placé.

La roue a 40 aubes espacées de $0^{m},384$, et la capacité de chaque auget est de $0^{mc},192$.

Le vannage incliné forme un angle de 71° avec l'horizontale; le fond du canal d'arrivée est en pierres de taille, ainsi que ses parois verticales et les trois côtés correspondans de l'orifice sont dans le prolongement de ces parois, de sorte qu'il n'y a de contraction que sur le côté supérieur de l'orifice. Dans l'état habituel, il y a sur ce côté supérieur, une charge d'eau de $0^{m},30$ à $0^{m},40$, et d'après sa disposition, le coëfficient de la dépense théorique doit être pris égal à 0,70.

Mais la vanne pouvant, à volonté, être levée assez haut pour que l'orifice devînt un déversoir, nous avons profité de cette facilité pour faire deux

séries distinctes d'expériences. La première dans les circonstances ordinaires de l'usine, où l'eau sort par un orifice avec charge sur le côté supérieur, et la seconde en laissant écouler l'eau par un orifice en déversoir. Nous avons donc pu établir, d'après ces expériences, faites sur la même roue, une comparaison entre les deux modes d'admission de l'eau, sous le rapport de l'effet utile obtenu.

40. *Formules employées pour le calcul des dépenses d'eau.* Dans la première série d'expériences, la dépense d'eau par seconde nous était donc donnée par la formule

$$Q = 0{,}70L(H - h)\sqrt{\frac{2g(H+h)}{2}}$$

dont la notation est connue (n° 25), et dans le second, l'orifice étant un déversoir, il aurait fallu employer la formule relative à ce dispositif, mais comme cet orifice était raccordé avec le canal d'arrivée par un avant-radier et des bajoyers en maçonnerie et qu'on sait, d'après les récentes expériences de MM. Poncelet et Lesbros, que cette circonstance altère notablement la dépense, nous avons eu recours à un autre moyen de jaugeage. En amont du vannage et à l'origine du canal particulier de prise d'eau de la roue, est une large vanne verticale en bon état, qui sert à en régler l'alimentation, et c'est en observant les dimensions de son orifice, et la charge d'eau sur son seuil en amont et en aval, que nous avons calculé la dépense d'eau par seconde.

Nous avons alors employé pour ce calcul la formule

$$Q = 0{,}70\, LO\sqrt{2g(H-h)}$$

dans laquelle

L est la largeur de l'orifice,

O la levée de la vanne,

$H - h$ la différence de niveau de l'eau en amont et en aval de l'orifice et en prenant pour coëfficient de la dépense 0,70, attendu que la contraction était supprimée sur le fond et les côtés de cet orifice.

41. *Formule théorique.* On observait aussi à chaque expérience la hauteur générale du niveau du canal d'arrivée, au-dessus du seuil de l'orifice, de sorte que pour l'une comme pour l'autre série d'expériences, il était facile d'obtenir la vitesse de sortie du filet moyen de la veine fluide, et par suite la vitesse d'arrivée V de l'eau au point de rencontre de ce filet avec la

circonférence extérieure de la roue, ainsi que l'angle $\gamma$, qu'elle formait avec la tangente à cette circonférence ou avec la vitesse $v$. On déduisait d'ailleurs cette dernière de l'observation du nombre de tours faits dans un temps donné. Enfin, la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure au-dessus du point inférieur du coursier sous l'axe de la roue, donnait la valeur de $h$.

On connaissait donc ainsi tous les élémens de la formule théorique de l'effet utile de cette roue

$$Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

42. *Formule employée pour tenir compte des résistances passives.* Le frein étant placé, comme nous l'avons dit au n° 39, sur l'arbre de couche, il était nécessaire, dans le calcul de l'effet utile total, de tenir compte de la quantité de travail consommé par les résistances passives, ce qui n'offre aucune difficulté. En effet, en nommant toujours

F la charge totale du frein,

$L = 2^{m},503$ son bras de levier,

Q' l'effort qui doit être transmis à la circonférence primitive du pignon de l'arbre de couche, pour faire équilibre à la charge F et aux frottemens des tourillons,

$r = 0^{m},323$ le rayon de cette circonférence primitive,

$N' = 516^{kil}$ le poids de l'arbre de couche, de son pignon, etc., y compris le collier et une partie du poids du frein,

$\rho' = 0^{m},058$ le rayon de ses tourillons,

$N'' = 54^{kil}$ le poids d'un arbre de couche embrayé avec le premier, et qui n'avait pu être dégagé,

$\rho'' = 0^{m},034$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

On aura, autour de l'axe de l'arbre de couche, la relation

$$Q'r = FL + 0,96f\rho'N' + 0,96f\rho'F + 0,4f\rho'Q + f\rho''N'';$$

d'où l'on tire, en substituant les données précédentes,

$$Q' = 7,81F + 6,69^{kil};$$

$m = 256$ et $m' = 37$ étant les nombres respectifs des dents de la roue et

du pignon, et $f' = 0{,}07$ le rapport du frottement à la pression pour ces dents enduites de graisse et mouillées d'eau, on a, pour l'effort Q qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue d'engrenage fixée sur l'une des joues de la roue hydraulique pour vaincre la résistance Q' et le frottement de l'engrenage,

$$Q = Q'\left(1 + f\pi \frac{m + m'}{mm'}\right) = 1{,}0067\,Q'.$$

Maintenant en nommant

P l'effort exercé par l'eau, rapporté à la circonférence extérieure de la roue hydraulique,

$R = 2^{m},477$ le rayon de cette circonférence,

$R' = 2^{m},197$ le rayon de la circonférence primitive de la roue d'engrenage,

$N = 5155^{kil}$ le poids total de la roue hydraulique, de son arbre, etc.,

$\rho = 0^{m},0685$ le rayon de ses tourillons,

$f = 0{,}07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

Puis observant que l'effort P fait, avec l'horizontale, un angle moyennement égal à 45°, on aura, autour de l'axe de la roue hydraulique, la relation d'équilibre

$$PR = QR' + 0{,}96 f\rho N + 0{,}96 f\rho P \cos 45^{\circ} + 0{,}4 f\rho P \sin 45^{\circ} - 0{,}4 f\rho Q,$$

d'où, par la substitution des données numériques précédentes, l'on tire

$$P = 7{,}092\,F + 15{,}81^{kil}.$$

En introduisant dans cette expression la valeur de F relative à chaque expérience, on en déduira donc facilement la valeur de l'effort P exercé par l'eau à la circonférence de la roue, pour faire équilibre à la charge du frein et aux résistances passives, puis, en multipliant cet effort P par la vitesse $v$, ou par le chemin parcouru en 1'' par son point d'application, on aura la quantité de travail totale utilisé par la roue hydraulique.

La comparaison de cet effet utile total avec l'effet théorique nous conduira, dans chaque cas, à la détermination du rapport de ces quantités ou à la valeur du coëfficient de correction de la formule théorique.

43. *Résultats des expériences.* Les données de chaque expérience et les résultats de cette comparaison sont consignés dans les tableaux suivans.

*Expériences sur la roue à aubes planes de l'atelier des meules de*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,228. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v | VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ | RAPPORT des vitesses v et V cos γ. | CHARGE DU Constante. | CHARGE DU Variable. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m | kil | m | k.m | m | m | | kil | kil |
| | 1 | 0,059 | 0,5375 | 164,8 | 1,893 | 312 | 1,565 | 1,812 | 0,865 | 15,625 | 0 |
| | 2 | 0,059 | 0,5395 | 164,9 | 1,902 | 313 | 1,135 | 1,815 | 0,625 | 15,625 | 7 |
| 1 | 3 | 0,059 | 0,5415 | 165,0 | 1,904 | 314 | 0,975 | 1,815 | 0,537 | 15,625 | 12 |
| | 4 | 0,059 | 0,5415 | 165,0 | 1,904 | 314 | 0,757 | 1,815 | 0,417 | 15,625 | 17 |
| | 5 | 0,059 | 0,5415 | 165,0 | 1,904 | 314 | 0,667 | 1,815 | 0,367 | 15,625 | 22 |
| | 1 | 0,100 | 0,5520 | 283,0 | 1,895 | 537 | 2,390 | 1,990 | » | 15,625 | 0 |
| | 2 | 0,100 | 0,5520 | 283,0 | 1,895 | 537 | 1,818 | 1,990 | 0,914 | 15,625 | 7 |
| | 3 | 0,100 | 0,5580 | 285,0 | 1,901 | 542 | 1,818 | 2,000 | 0,907 | 15,625 | 7 |
| | 4 | 0,100 | 0,5520 | 285,0 | 1,895 | 537 | 1,513 | 1,996 | 0,762 | 15,625 | 12 |
| | 5 | 0,100 | 0,5580 | 285,0 | 1,901 | 542 | 1,512 | 2,000 | 0,756 | 15,625 | 12 |
| | 6 | 0,100 | 0,5560 | 284,0 | 1,899 | 539 | 1,260 | 1,995 | 0,632 | 15,625 | 17 |
| 2 | 7 | 0,100 | 0,5520 | 283,0 | 1,895 | 537 | 1,080 | 1,990 | 0,543 | 15,625 | 17 |
| | 8 | 0,100 | 0,5540 | 284,0 | 1,897 | 538 | 1,170 | 1,995 | 0,587 | 15,625 | 22 |
| | 9 | 0,100 | 0,5520 | 283,0 | 1,895 | 537 | 0,945 | 1,990 | 0,475 | 15,625 | 27 |
| | 10 | 0,100 | 0,5530 | 283,0 | 1,896 | 537 | 0,945 | 1,995 | 0,475 | 15,625 | 27 |
| | 11 | 0,100 | 0,5540 | 284,0 | 1,897 | 538 | 0,840 | 1,995 | 0,421 | 15,625 | 32 |
| | 12 | 0,100 | 0,5530 | 283,0 | 1,896 | 537 | 0,840 | 1,995 | 0,421 | 15,625 | 32 |
| | 13 | 0,100 | 0,5530 | 283,0 | 1,896 | 537 | 0,756 | 1,995 | 0,379 | 15,625 | 37 |
| | 1 | 0,150 | 0,4710 | 392,0 | 1,879 | 737 | 2,520 | 1,985 | » | 15,625 | 7 |
| | 2 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 2,300 | 1,985 | » | 15,625 | 7 |
| | 3 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 2,031 | 1,985 | » | 15,625 | 12 |
| | 4 | 0,150 | 0,4720 | 393,0 | 1,880 | 739 | 2,031 | 1,985 | 1,000 | 15,625 | 12 |
| | 5 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 1,746 | 1,985 | 0,880 | 15,625 | 17 |
| | 6 | 0,150 | 0,4720 | 393,0 | 1,880 | 739 | 1,746 | 1,985 | 0,880 | 15,625 | 17 |
| | 7 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 1,565 | 1,985 | 0,789 | 15,625 | 22 |
| 3 | 8 | 0,150 | 0,4720 | 393,0 | 1,880 | 739 | 1,565 | 1,985 | 0,789 | 15,625 | 22 |
| | 9 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 1,375 | 1,985 | 0,693 | 15,625 | 27 |
| | 10 | 0,150 | 0,4700 | 392,0 | 1,878 | 737 | 1,335 | 1,985 | 0,673 | 15,625 | 27 |
| | 11 | 0,150 | 0,4780 | 395,0 | 1,888 | 745 | 1,193 | 2,000 | 0,597 | 15,626 | 32 |
| | 12 | 0,150 | 0,4710 | 392,0 | 1,879 | 737 | 1,193 | 1,985 | 0,602 | 15,625 | 32 |
| | 13 | 0,150 | 0,4730 | 393,0 | 1,881 | 740 | 1,031 | 1,995 | 0,517 | 15,625 | 37 |
| | 14 | 0,150 | 0,4730 | 393,0 | 1,881 | 740 | 0,945 | 1,995 | 0,474 | 15,625 | 42 |
| | 15 | 0,150 | 0,4720 | 393,0 | 1,880 | 739 | 0,873 | 1,985 | 0,440 | 15,625 | 47 |

*Baccarat.* (L'eau s'écoule par un orifice, avec charge sur le côté supérieur.)

| FREIN. Totale. $P$ | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 $Qh$. | $1000Q : g \times (V\cos\gamma - v)v$. | $Pv$. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| 15,625 | 10,85 | 170 | 22 | 199 | 221 | 6 | 227 | 0,838 | 0,544 | $\gamma = 57°,5$. |
| 22,625 | 7,86 | 178 | 16 | 201 | 221 | 13 | 234 | 0,829 | 0,568 | |
| 27,625 | 6,29 | 174 | 12 | 207 | 221 | 14 | 234 | 0,795 | 0,554 | |
| 32,625 | 5,24 | 171 | 10 | 187 | 221 | 13 | 234 | 0,774 | 0,538 | |
| 37,625 | 4,63 | 175 | » | 189 | 221 | 13 | 234 | 0,782 | 0,551 | |
| | | | | | | | Moyennes. | 0,804 | 0,551 | |
| 15,625 | 16,54 | 259 | 44 | 303 | 388 | − 28 | 360 | 0,844 | 0,483 | $\gamma = 53°,5$. |
| 22,625 | 12,59 | 285 | 37 | 322 | 388 | 9 | 397 | 0,815 | 0,541 | |
| 22,625 | 12,59 | 285 | 37 | 322 | 391 | 10 | 401 | 0,800 | 0,526 | |
| 27,625 | 10,49 | 289 | 32 | 321 | 388 | 21 | 409 | 0,785 | 0,539 | |
| 27,625 | 10,49 | 289 | 32 | 321 | 391 | 21 | 412 | 0,780 | 0,534 | |
| 32,625 | 8,75 | 286 | 26 | 312 | 389 | 27 | 416 | 0,750 | 0,531 | |
| 32,625 | 7,49 | 245 | 23 | 268 | 388 | 28 | 416 | 0,645 | 0,457 | |
| 37,625 | 7,86 | 296 | 26 | 334 | 389 | 28 | 417 | 0,795 | 0,550 | |
| 42,625 | 6,55 | 280 | 21 | 301 | 388 | 28 | 416 | 0,725 | 0,521 | L'eau jaillit dans la roue. |
| 42,625 | 6,55 | 280 | 21 | 301 | 388 | 28 | 416 | 0,721 | 0,521 | |
| 47,625 | 5,83 | 278 | 20 | 298 | 389 | 28 | 417 | 0,715 | 0,516 | |
| 47,625 | 5,83 | 278 | 20 | 298 | 388 | 28 | 416 | 0,717 | 0,518 | |
| 52,625 | 5,24 | 276 | 19 | 295 | 388 | 27 | 415 | 0,711 | 0,515 | |
| | | | | | | | Moyennes. | 0,764 | 0,533 | |
| 22,625 | 17,48 | 396 | 50 | 446 | 549 | − 34 | 515 | 0,865 | 0,538 | $\gamma = 50°$. |
| 22,625 | 16,57 | 375 | 48 | 423 | 549 | − 27 | 522 | 0,810 | 0,509 | |
| 27,625 | 14,50 | 395 | 36 | 431 | 549 | − 4 | 535 | 0,805 | 0,536 | |
| 27,625 | 14,30 | 395 | 36 | 431 | 551 | − 4 | 547 | 0,790 | 0,560 | |
| 32,625 | 12,10 | 396 | 36 | 432 | 549 | 16 | 565 | 0,765 | 0,538 | |
| 32,625 | 12,10 | 396 | 36 | 432 | 551 | 16 | 567 | 0,761 | 0,536 | |
| 37,625 | 10,85 | 408 | 35 | 443 | 549 | 26 | 575 | 0,771 | 0,555 | |
| 37,625 | 10,85 | 408 | 35 | 443 | 551 | 26 | 577 | 0,768 | 0,552 | |
| 42,625 | 9,54 | 407 | 29 | 438 | 549 | 35 | 584 | 0,750 | 0,413 | |
| 42,625 | 9,25 | 395 | 30 | 425 | 549 | 35 | 584 | 0,729 | 0,536 | |
| 47,625 | 8,27 | 394 | 30 | 424 | 554 | 39 | 593 | 0,715 | 0,530 | L'eau jaillit un peu dans la roue. |
| 47,625 | 8,28 | 394 | 30 | 424 | 549 | 38 | 587 | 0,722 | 0,536 | *Id.* plus fort. |
| 52,625 | 7,15 | 377 | 26 | 403 | 551 | 40 | 591 | 0,684 | 0,516 | *Id.* *id.* |
| 57,625 | 6,55 | 378 | 24 | 402 | 551 | 40 | 591 | 0,683 | 0,511 | *Id.* *id.* |
| 62,625 | 6,05 | 379 | 23 | 402 | 551 | 39 | 590 | 0,684 | 0,513 | *Id.* très-fort. |
| | | | | | | | Moyennes. | 0,776 | 0,528 | |

Suite des *Expériences sur la roue à aubes planes de l'atelier des meules à*

| Numéros des séries. | Numéros des expériences. | Hauteur de l'orifice sur une largeur de $1^m,228$. | Charge d'eau sur le centre de l'orifice. | Poids de l'eau dépensée en une seconde. 1000Q | Chute totale. | Travail absolu du moteur en une seconde. | Vitesse de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v | Vitesse d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ | Rapport des vitesses v et V cos γ. | Charge du — Constante. | Charge du — Variable. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m | kil | m | k.m | m | m | | kil | kil |
| 4 | 1 | 0,200 | 0,432 | 502 | 1,865 | 937 | 2,67 | 1,43 | » | 15,625 | 7 |
| | 2 | 0,200 | 0,432 | 502 | 1,865 | 937 | 2,39 | 1,43 | » | 15,625 | 12 |
| | 3 | 0,200 | 0,432 | 502 | 1,865 | 937 | 2,12 | 1,43 | » | 15,625 | 17 |
| | 4 | 0,200 | 0,431 | 500 | 1,864 | 935 | 1,89 | 1,43 | » | 15,625 | 22 |
| | 5 | 0,200 | 0,431 | 500 | 1,864 | 935 | 1,68 | 1,43 | » | 15,625 | 27 |
| | 6 | 0,200 | 0,438 | 505 | 1,871 | 945 | 1,42 | 1,45 | 0,980 | 15,625 | 32 |
| | 7 | 0,200 | 0,441 | 507 | 1,874 | 951 | 1,26 | 1,45 | 0,869 | 15,625 | 37 |
| | 8 | 0,200 | 0,444 | 508 | 1,877 | 954 | 1,17 | 1,46 | 0,801 | 15,625 | 42 |
| | 9 | 0,200 | 0,445 | 509 | 1,878 | 957 | 1,03 | 1,47 | 0,705 | 15,625 | 47 |
| | 10 | 0,200 | 0,447 | 510 | 1,880 | 959 | 0,99 | 1,47 | 0,678 | 15,625 | 52 |
| | 11 | 0,200 | 0,447 | 510 | 1,880 | 959 | 0,77 | 1,47 | 0,527 | 15,625 | 57 |
| 5 | 1 | 0,251 | 0,404 | 608 | 1,862 | 1167 | 2,84 | 1,59 | » | 15,625 | 7 |
| | 2 | 0,251 | 0,408 | 612 | 1,866 | 1182 | 2,67 | 1,60 | » | 15,625 | 12 |
| | 3 | 0,251 | 0,407 | 611 | 1,865 | 1180 | 2,52 | 1,60 | » | 15,625 | 17 |
| | 4 | 0,251 | 0,406 | 610 | 1,864 | 1178 | 2,27 | 1,60 | » | 15,625 | 22 |
| | 5 | 0,251 | 0,405 | 609 | 1,863 | 1138 | 2,06 | 1,59 | » | 15,625 | 27 |
| | 6 | 0,251 | 0,407 | 611 | 1,865 | 1140 | 1,82 | 1,60 | » | 15,625 | 32 |
| | 7 | 0,251 | 0,409 | 613 | 1,867 | 1145 | 1,44 | 1,61 | 0,895 | 15,625 | 37 |
| | 8 | 0,251 | 0,411 | 614 | 1,869 | 1150 | 1,30 | 1,61 | 0,808 | 15,625 | 42 |
| | 9 | 0,251 | 0,411 | 614 | 1,869 | 1150 | 1,19 | 1,61 | 0,740 | 15,625 | 47 |

*Bàccarat.* (L'eau s'écoule par un orifice, avec charge sur le côté supérieur.)

| FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $P\nu = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - \nu)\nu$. 1000Qh. | $\frac{1000Q}{g} \times (V\cos\gamma - \nu)\nu$. | $P\nu$. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| 22,625 | 18,49 | 418 | 56 | 474 | 716 | −169 | 547 | 0,865 | 0,447 | |
| 27,625 | 16,54 | 457 | 50 | 507 | 716 | −117 | 599 | 0,845 | 0,488 | |
| 32,625 | 14,63 | 478 | 43 | 521 | 716 | − 74 | 642 | 0,813 | 0,511 | |
| 37,625 | 13,10 | 493 | 42 | 535 | 713 | − 44 | 669 | 0,800 | 0,528 | |
| 42,625 | 11,65 | 497 | 39 | 536 | 713 | − 22 | 691 | 0,775 | 0,532 | L'eau commence à jaillir dans la roue. |
| 47,625 | 9,83 | 468 | 35 | 503 | 722 | 2 | 724 | 0,695 | 0,496 | Idem. |
| 52,625 | 8,74 | 461 | 32 | 493 | 723 | 12 | 735 | 0,671 | 0,485 | Id. plus fort. |
| 57,625 | 7,86 | 454 | 29 | 483 | 725 | 17 | 742 | 0,651 | 0,476 | Id. id. |
| 62,625 | 7,14 | 447 | 29 | 476 | 726 | 23 | 749 | 0,636 | 0,467 | Id. Id. |
| 67,625 | 6,84 | 463 | 27 | 490 | 728 | 24 | 752 | 0,651 | 0,483 | Id. chocs violens contre les aubes et le fond. |
| 72,625 | 5,33 | 388 | 21 | 409 | 728 | 28 | 756 | 0,541 | 0,352 | |
| | | | | | | | Moyennes. | 0,819 | 0,501 | |
| 22,625 | 19,65 | 445 | 57 | 502 | 885 | −220 | 665 | 0,755 | 0,382 | |
| 27,625 | 18,49 | 511 | 55 | 566 | 890 | −177 | 713 | 0,794 | 0,433 | |
| 32,625 | 17,45 | 570 | 53 | 623 | 888 | −144 | 744 | 0,838 | 0,483 | |
| 37,625 | 15,73 | 593 | 50 | 643 | 887 | − 94 | 793 | 0,810 | 0,503 | |
| 42,625 | 14,30 | 610 | 47 | 657 | 886 | − 60 | 826 | 0,783 | 0,536 | |
| 47,625 | 12,60 | 600 | 45 | 645 | 888 | − 25 | 863 | 0,747 | 0,527 | L'eau jaillit dans la roue. |
| 52,625 | 9,99 | 526 | 37 | 563 | 892 | 9 | 901 | 0,614 | 0,459 | Id. plus fort. |
| 57,625 | 8,99 | 518 | 36 | 554 | 893 | 15 | 908 | 0,610 | 0,451 | Id. Il se produit des chocs violens contre le fond des aubes |
| 62,625 | 8,28 | 519 | 39 | 550 | 893 | 31 | 924 | 0,595 | 0,451 | |
| | | | | | | | Moyennes. | 0,796 | 0,467 | |

44. *Observations sur les résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, et laissant de côté les expériences où l'eau rejaillissait fortement à l'intérieur de la roue, par l'ouverture laissée entre les aubes pour le passage de l'air, on voit que, même dans les cas où la vitesse de la circonférence extérieure de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique, on voit, dis-je, que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est, pour

| | | |
|---|---|---|
| La 1re | série d'expériences | 0,804 |
| La 2me | id. | 0,764 |
| La 3me | id. | 0,776 |
| La 4me | id. | 0,819 |
| La 5me | id. | 0,796 |
| | Moyenne générale | 0,792 |

Quant au rapport de la quantité de travail disponible transmise à l'arbre de couche et mesurée par le frein, au travail absolu du moteur, sa valeur moyenne est, pour

| | | |
|---|---|---|
| La 1re | série d'expériences | 0,551 |
| La 2me | id. | 0,533 |
| La 3me | id. | 0,528 |
| La 4me | id. | 0,496 |
| La 5me | id. | 0,467 |

d'où l'on voit que ce rapport diminue à mesure que les quantités d'eau dépensées augmentent, ce qui tient sans doute à ce que les augets recevant un plus grand volume de liquide, les chocs contre le fond de la roue et les aubes sont d'autant plus violens.

On observera aussi que, même pour la première série, ce rapport est beaucoup plus faible que celui qui a été trouvé pour la roue de la taillerie, qui recevait l'eau par une vanne en déversoir, et c'est ce qui sera encore remarqué au sujet des expérences faites sur la même roue de l'atelier des meules, quand l'orifice, qui lui fournissait l'eau, était un déversoir.

45. *Le volume d'eau introduit dans les augets ne doit pas dépasser la moitié de leur capacité.* Dans ces expériences, dès que le volume d'eau introduit dans chaque auget atteignait les 0,55 environ de leur capacité,

qui est de $0^{m.c},192$, le liquide commençait à jaillir dans l'intérieur; et comme ce rapport était atteint d'autant plus tôt que le volume d'eau dépensé était plus grand, il s'ensuit que l'on était, pour les fortes levées de vanne, placé entre deux inconvéniens, celui de perdre une portion de l'eau quand la roue marchait lentement, et celui de voir les aubes choquer l'eau quand leur vitesse était trop grande.

Il résulte de cette observation que, dans les roues de ce genre, on devrait toujours proportionner leur vitesse à la capacité de leurs augets, de façon qu'ils ne fussent jamais qu'à moitié remplis.

D'après la valeur moyenne générale 0,792 du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique qui ne diffère pas de $\frac{1}{15}$ des moyennes particulières à chaque série, il suit que les résultats de toutes les expériences consignées dans le tableau précédent seront représentés, à moins de $\frac{1}{15}$, par la formule pratique

$$Pv = 792\,Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

Dans les expériences, qui conduisent à cette valeur moyenne, la vitesse $v$ de la circonférence extérieure de la roue a varié depuis le double de celle de l'eau affluente décomposée dans la direction de la tangente à cette circonférence, jusqu'à 0,37 environ de la même quantité, sans que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ait sensiblement changé. On voit donc qu'entre ces limites étendues, la formule ci-dessus représentera tous les résultats de l'expérience.

*EXPÉRIENCES sur la roue à aubes planes de l'atelier des meules*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice de prise d'eau sur une largeur de 1m,95. | DIFFÉRENCE de niveau de l'amont à l'aval de la vanne de prise d'eau. H — h | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q. | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | HAUTEUR du niveau du canal au-dessus du seuil de l'orifice en déversoir. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v | VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ | RAPPORT des vitesses v et V cos γ. | VOLUME d'eau introduit dans chaque auget. | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m | kil | m | k.m | m | m | m | | m.c | kil |
| 1 | 1 | 0,077 | 0,367 | 282 | 1,558 | 439 | 0,225 | 2,270 | 0,935 | » | 0,048 | 15,625 |
| | 2 | 0,077 | 0,367 | 282 | 1,558 | 439 | 0,225 | 1,818 | 0,935 | » | 0,060 | 15,625 |
| | 3 | 0,077 | 0,360 | 279 | 1,554 | 433 | 0,221 | 1,513 | 0,935 | » | 0,071 | 15,625 |
| | 4 | 0,077 | 0,360 | 279 | 1,552 | 433 | 0,219 | 1,335 | 0,935 | » | 0,081 | 15,625 |
| | 5 | 0,077 | 0,360 | 279 | 1,552 | 433 | 0,219 | 1,135 | 0,935 | » | 0,095 | 15,625 |
| | 6 | 0,077 | 0,359 | 279 | 1,545 | 430 | 0,212 | 1,010 | 0,932 | » | 0,106 | 15,625 |
| | 7 | 0,077 | 0,359 | 279 | 1,545 | 430 | 0,212 | 0,908 | 0,932 | 0,976 | 0,118 | 15,625 |
| | 8 | 0,077 | 0,357 | 278 | 1,550 | 431 | 0,217 | 0,811 | 0,935 | 0,867 | 0,131 | 15,625 |
| | 9 | 0,077 | 0,356 | 277 | 1,554 | 431 | 0,221 | 0,732 | 0,935 | 0,783 | 0,146 | 15,625 |
| | 10 | 0,077 | 0,340 | 266 | 1,564 | 425 | 0,231 | 0,648 | 0,935 | 0,693 | 0,157 | 15,625 |
| 2 | 1 | 0,110 | 0,308 | 367 | 1,599 | 588 | 0,266 | 2,032 | 0,995 | » | 0,069 | 15,625 |
| | 2 | 0,110 | 0,308 | 367 | 1,599 | 588 | 0,266 | 1,815 | 0,995 | » | 0,078 | 15,625 |
| | 3 | 0,110 | 0,309 | 369 | 1,597 | 589 | 0,264 | 1,621 | 0,995 | » | 0,087 | 15,625 |
| | 4 | 0,110 | 0,308 | 367 | 1,599 | 588 | 0,266 | 1,419 | 0,995 | » | 0,099 | 15,625 |
| | 5 | 0,110 | 0,308 | 367 | 1,599 | 588 | 0,266 | 1,260 | 0,995 | » | 0,112 | 15,625 |
| | 6 | 0,110 | 0,305 | 366 | 1,599 | 586 | 0,266 | 1,135 | 0,995 | » | 0,124 | 15,625 |
| | 7 | 0,110 | 0,305 | 366 | 1,600 | 587 | 0,267 | 1,031 | 1,000 | 1,000 | 0,136 | 15,625 |
| | 8 | 0,110 | 0,306 | 367 | 1,601 | 589 | 0,268 | 0,945 | 1,000 | 0,945 | 0,149 | 15,625 |
| | 9 | 0,110 | 0,306 | 367 | 1,601 | 589 | 0,268 | 0,840 | 1,000 | 0,840 | 0,167 | 15,625 |
| 6 | 1 | 0,131 | 0,281 | 420 | 1,623 | 692 | 0,290 | 2,270 | 0,985 | » | 0,071 | 15,625 |
| | 2 | 0,131 | 0,281 | 420 | 1,623 | 692 | 0,290 | 2,032 | 0,985 | » | 0,080 | 15,625 |
| | 3 | 0,131 | 0,281 | 420 | 1,623 | 692 | 0,290 | 1,815 | 0,985 | » | 0,089 | 15,625 |
| | 4 | 0,131 | 0,280 | 419 | 1,623 | 681 | 0,290 | 1,621 | 0,985 | » | 0,099 | 15,625 |
| | 5 | 0,131 | 0,284 | 422 | 1,623 | 687 | 0,290 | 1,398 | 0,985 | » | 0,116 | 15,625 |
| | 6 | 0,131 | 0,285 | 424 | 1,623 | 689 | 0,290 | 1,260 | 0,985 | » | 0,129 | 15,625 |
| | 7 | 0,131 | 0,275 | 415 | 1,634 | 680 | 0,301 | 1,260 | 1,000 | » | 0,126 | 15,625 |
| | 8 | 0,131 | 0,247 | 383 | 1,654 | 635 | 0,321 | 1,135 | 1,028 | » | 0,129 | 15,625 |
| | 9 | 0,131 | 0,220 | 370 | 1,674 | 620 | 0,341 | 0,965 | 1,028 | 0,939 | 0,147 | 15,625 |

*de Baccarat*. (L'eau s'écoule par un orifice en déversoir.)

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Qh. | $\frac{1000\,Q}{g} \times (V\cos\gamma - v)v$. | Pv. | RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| 0 | 15,625 | 15,73 | 243 | 45 | 288 | 406 | − 81 | 325 | 0,886 | 0,557 | |
| 7 | 22,625 | 12,10 | 274 | 35 | 309 | 406 | − 46 | 360 | 0,862 | 0,627 | |
| 12 | 27,625 | 10,50 | 290 | 31 | 321 | 400 | − 27 | 373 | 0,862 | 0,661 | |
| 17 | 32,625 | 9,25 | 302 | 28 | 330 | 400 | − 16 | 384 | 0,860 | 0,687 | |
| 22 | 37,625 | 7,86 | 296 | 25 | 321 | 400 | − 7 | 393 | 0,817 | 0,674 | |
| 27 | 42,625 | 6,99 | 298 | 23 | 321 | 400 | − 3 | 397 | 0,808 | 0,679 | |
| 32 | 47,625 | 6,29 | 300 | 21 | 321 | 400 | 0 | 400 | 0,804 | 0,685 | L'eau commence à jaillir dans la roue. |
| 37 | 52,625 | 5,61 | 295 | 21 | 316 | 398 | 3 | 401 | 0,785 | 0,673 | L'eau jaillit plus fort. |
| 42 | 57,625 | 5,07 | 292 | 20 | 312 | 397 | 5 | 402 | 0,775 | 0,665 | *Id.* très-fort. |
| 47 | 62,625 | 4,49 | 282 | 17 | 299 | 388 | 6 | 394 | 0,759 | 0,643 | *Id.* *id.* |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,822 | 0,679 | |
| 7 | 22,625 | 14,30 | 324 | 41 | 365 | 529 | − 104 | 425 | 0,860 | 0,552 | |
| 12 | 27,625 | 12,60 | 348 | 36 | 384 | 529 | − 55 | 474 | 0,813 | 0,584 | |
| 17 | 32,625 | 11,24 | 367 | 33 | 400 | 530 | − 38 | 492 | 0,813 | 0,623 | |
| 22 | 37,625 | 9,83 | 370 | 31 | 401 | 529 | − 21 | 508 | 0,816 | 0,630 | L'eau jaillit un peu dans la roue. |
| 27 | 42,625 | 8,74 | 373 | 27 | 400 | 529 | − 12 | 517 | 0,791 | 0,635 | *Idem.* |
| 32 | 47,625 | 7,86 | 375 | 27 | 402 | 527 | − 6 | 521 | 0,805 | 0,640 | L'eau jaillit davantage dans la roue. |
| 37 | 52,625 | 7,15 | 377 | 25 | 402 | 527 | − 1 | 526 | 0,803 | 0,643 | *Id.* *id.* |
| 42 | 57,625 | 6,55 | 377 | 24 | 401 | 529 | 2 | 531 | 0,794 | 0,652 | *Id.* très-fort. |
| 47 | 62,625 | 5,83 | 365 | 23 | 388 | 529 | 6 | 535 | 0,764 | 0,620 | *Id.* *id.* |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,806 | 0,637 | |
| 7 | 22,625 | 15,73 | 356 | 45 | 401 | 621 | − 123 | 498 | 0,805 | 0,576 | |
| 12 | 27,625 | 14,30 | 395 | 43 | 438 | 621 | − 92 | 529 | 0,825 | 0,576 | |
| 17 | 32,625 | 12,60 | 411 | 37 | 448 | 621 | − 63 | 558 | 0,805 | 0,603 | |
| 22 | 37,625 | 11,24 | 423 | 35 | 458 | 620 | − 46 | 576 | 0,795 | 0,623 | |
| 27 | 42,625 | 9,68 | 413 | 32 | 445 | 625 | − 25 | 600 | 0,715 | 0,603 | L'eau jaillit encore un peu. |
| 32 | 47,625 | 8,74 | 416 | 30 | 446 | 627 | − 37 | 590 | 0,755 | 0,603 | *Idem.* |
| 37 | 52,625 | 8,74 | 460 | 32 | 492 | 616 | − 25 | 591 | 0,832 | 0,678 | *Idem.* |
| 42 | 57,625 | 7,86 | 453 | 29 | 482 | 566 | − 4 | 562 | 0,857 | 0,715 | *Idem.* |
| 47 | 62,625 | 6,69 | 419 | 27 | 446 | 549 | 2 | 551 | 0,810 | 0,676 | *Idem.* |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,800 | 0,690 | |

46. *Observations sur les résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit d'abord que dans la première série d'expériences, où l'eau n'a commencé à jaillir dans la roue que quand le volume introduit dans chaque auget était de $0^{mc},118$ ou un peu plus que la moitié de sa capacité, on voit, dis-je, que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique, a pour valeur

$$0,822$$

et que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, en laissant de côté, d'une part les expériences où la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, et de l'autre celles où l'eau jaillissait très-fort dans l'intérieur, a pour valeur moyenne

$$0,679.$$

Pour la seconde et la troisième série, la valeur moyenne du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique, est respectivement 0,800 et 0,806; de sorte que la valeur moyenne générale de ce rapport est, pour cette roue fonctionnant avec un orifice en déversoir,

$$0,809,$$

et que son effet utile sera représenté pour toutes les expériences, à $\frac{1}{20}$ près, par la formule pratique

$$Pv = 809Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

Quant à celui du travail disponible au travail absolu du moteur, il est moindre que pour la grande roue de la taillerie, marchant dans les mêmes circonstances; mais il est facile de reconnaître que cela tient à ce que, dans le cas des petites vitesses, l'eau rejaillissait à l'intérieur de la roue et que, dans celui des grandes, les palettes choquaient l'eau en sens contraire de leur mouvement, et comme, par suite de la petitesse des augets, par rapport au volume d'eau dépensée, on ne pouvait éviter l'un de ces inconvéniens sans tomber dans l'autre, il s'ensuit que le rapport de la quantité de travail disponible à celle du moteur a dû diminuer à mesure que la quantité d'eau dépensée augmentait.

Néanmoins la 1$^{re}$ série donne pour ce rapport la valeur... 0,679
La 2$^{e}$ .................................. 0,637
La 3$^{e}$ .................................. 0,690

Moyenne générale.................. 0,668

tandis que la même roue, fonctionnant avec un orifice sur le sommet duquel il y avait une faible charge d'eau, n'a donné, pour la valeur du même rapport dans les deux premières séries d'expériences, les plus favorables, que 0,551 et 0,533.

47. *Il convient de disposer les vannes en déversoir.* Il suit évidemment de là qu'il y a de l'avantage à employer, pour ces roues, les vannes en déversoir au lieu des orifices avec charge sur le sommet. On voit facilement, d'ailleurs, la cause de cette différence, en examinant la formule théorique dans laquelle il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, le terme $1000\,Qh$ qui constitue principalement l'effet utile, sera d'autant plus grand que l'on prendra l'eau plus près du niveau supérieur.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, ne paraît pas varier notablement tant que la vitesse de la roue ne dépasse pas celle de l'eau, et il semblerait même qu'on pourrait aller un peu au-delà sans inconvénient. Mais il vaudra mieux cependant ne pas atteindre cette limite pour que l'eau, conservant un excès de vitesse sur la roue, s'y introduise plus facilement.

---

### CONCLUSIONS DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUBES PLANES EMBOITÉES DANS DES COURSIERS CIRCULAIRES.

48. *Formule pratique pour les roues dont l'orifice a une charge d'eau sur le côté supérieur.* En résumant les résultats obtenus dans les expériences contenues dans les chapitres précédens, nous voyons

1° Que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique

$$Pv = 1000\,Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right]$$

déduit de l'observation est, pour

La roue de la fonderie de Toulouse.................... 0,74
La roue de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz... 0,74
La roue de martinet de la manufacture d'armes de Chatellerault.......................................... 0,75
La roue de l'atelier des meules de Baccarat.............. 0,79

dont la valeur moyenne générale est.................. 0,755

et que par conséquent l'effet utile des roues à aubes planes exactement emboîtées dans des coursiers circulaires, sur une partie plus ou moins grande de la chute totale, et recevant l'eau par des orifices avec charge sur le sommet, est représenté, à moins de $\frac{1}{10}$ près, par la formule pratique

$$Pv = 755Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

49. *Formule pratique pour les roues dont l'orifice est formé par une vanne en déversoir.* 2° Que quand l'orifice est formé par une vanne en déversoir, placée le plus près possible de la roue, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique déduit de l'observation est, pour

La grande roue de la taillerie de Baccarat................ 0,788
La roue de l'atelier des meules.......................... 0,809

dont la valeur moyenne générale est de................ 0,799

d'où résulte que l'effet utile de ces roues est représenté par la formule pratique

$$Pv = 799Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right]$$

ce qui montre déjà l'avantage de cette dernière disposition.

50. *Il convient de disposer l'orifice en déversoir.* Mais cet avantage est rendu encore plus évident par la comparaison du rapport du travail disponible, directement mesuré par le frein, au travail absolu du moteur dans les diverses séries d'expériences. En effet, ce rapport qui n'est que de 0,40 quand la charge sur le seuil est les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{3}{4}$ de la chute totale, s'élève graduellement à mesure que cette proportion diminue, devient 0,55 quand elle n'est que de $\frac{1}{4}$, et atteint enfin la valeur de 0,75, lorsque la vanne est en déversoir et que les épaisseurs de lame d'eau sont de $0^m,20$ à $0^m,25$.

On a vu aussi que ces roues avec vannes en déversoir peuvent marcher à des vitesses assez grandes et très-différentes entr'elles, sans que l'effet

utile s'éloigne notablement du maximum d'effet, ce qui est d'un grand avantage dans beaucoup de circonstances, et les rend très-propres à l'usage des usines où la vitesse doit varier fréquemment par suite de la nature du travail. Cette constance de l'effet utile tient à ce que, dans ces roues, le terme relatif aux variations de la vitesse est très-petit par rapport à celui qui est dû à la hauteur dont l'eau descend avec la roue, et montre qu'on doit peu s'inquiéter d'éviter les effets du choc sur les aubes elles-mêmes.

51. *Règles pratiques pour la construction des roues à aubes planes, emboîtées dans des coursiers.* De là nous pouvons déduire les règles suivantes pour servir de base à l'établissement de ces roues :

1° La vanne devra toujours être disposée en déversoir, et s'abaisser au-dessous du niveau général du résersoir, de $0^m,20$ à $0^m,25$;

2° La vitesse de la roue pourra, sans inconvéniens, atteindre alors $1^m,50$, $1^m,80$, et même parfois $2^m$, par seconde, selon que l'abaissement de la vanne sera plus grand;

3° La capacité des augets ou de l'intervalle compris entre les aubes devra être le double du volume d'eau qui y sera admis; ce qui determinera la largeur de la roue parallèlement à l'axe;

4° La proportion des aubes et leur nombre seront déterminés par la condition que leur écartement à la circonférence extérieure et leur profondeur dans le sens du rayon soient compris entre $0^m,30$ et $0^m,40$ : la première limite correspondant aux faibles abaissemens de la vanne jusqu'à $0^m,20$, et la seconde aux plus grands jusqu'à $0^m,30$;

5° Les aubes seront dirigées dans le sens du rayon, sans qu'on doive chercher à éviter les chocs de l'eau sur leur face, attendu qu'on n'empêcherait pas qu'il y eût une certaine perte de force vive dont l'influence sera toujours assez faible quand on aura suivi les règles précédentes.

Il est inutile d'ailleurs d'ajouter que le jeu de la roue dans le coursier et près des bajoyers, devra être réduit à quelques millimètres.

Quant au rayon de la roue, il n'a pas d'influence directe sur l'effet utile, et pourvu qu'il ne soit jamais plus petit que la chute totale, on pourra le déterminer d'après des conditions particulières à chaque usine, en évitant d'atteindre des dimensions exagérées, qui ne font qu'augmenter inutilement la pression, et par suite le frottement sur les tourillons.

# EXPÉRIENCES

SUR

# LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

## CHAPITRE SIXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE LA FILATURE DE MM. N^s SCHLUMBERGER ET C^ie, A GUEBVILLER (HAUT-RHIN).

52. *Description sommaire.* Cette roue, de construction anglaise, est entièrement composée de parties en fonte ou en fer, et pèse environ 25000 kilogrammes. Son diamètre extérieur est de 30 pieds anglais, ou $9^m,10$ (Pl. II, Fig. 7). Sa largeur intérieure est de $3^m,155$. Elle porte 96 augets en tôle, espacés à la circonférence extérieure de $0^m,30$, et fixés à deux joues en fonte de $0^m,30$ de largeur dans le sens du rayon.

L'eau entre dans la roue à 50° degrés environ du sommet, au moyen d'une vanne inclinée à 40° degrés avec la verticale; en s'abaissant, cette vanne démasque un orifice garni de cloisons qui dirigent l'eau dans les augets, dont les faces sont à peu près dans leur prolongement. On s'est proposé par là d'éviter le choc de l'eau contre la face des augets, mais pour que ce but fût rempli, il faudrait que la direction de la paroi de l'auget fût celle de la résultante de la vitesse de l'eau et de la vitesse de la circonférence de la roue, prise en sens contraire. Cependant, comme l'angle formé par cette résultante et le prolongement des cloisons est assez petit, le choc de l'eau contre la face de l'auget est faible et il y a peu de rejaillissement.

La chute utilisée ou la distance du niveau du réservoir au point inférieur de la roue, varie entre $7^m,70$ et $7^m,80$.

Cette roue fait marcher environ 23000 broches de filature de coton, dont la moitié filent du numéro 30 à 50, et l'autre moitié du numéro 50 à 100, avec toutes les machines accessoires pour la préparation des matières. Elle donne de plus le mouvement aux tours d'un atelier de serruriers mécaniciens; sa force était estimée dans l'usine, et d'après les calculs des constructeurs, à 55 chevaux vapeur de $75^{k.m}$ en une seconde.

Nous ne nous occuperons pas davantage de la description de cette roue, et pour donner une idée de sa construction élégante et solide, nous renverrons à la Planche II.

53. *Détermination du coëfficient de la dépense à appliquer à l'orifice.* La présence des cloisons, qui conduisent l'eau dans les augets, pouvant apporter à l'écoulement, des modifications qui n'auraient pas permis d'employer les valeurs du coëfficient de contraction, déduites des expériences connues, nous avons été obligés de recourir à la mesure directe de la dépense d'eau pour le déterminer.

Le liquide est amené sur la roue par un canal d'une pente et d'une largeur régulières, revêtu en pierres et d'un profil facile à mesurer. Nous avons jaugé le cours d'eau à l'aide d'un flotteur léger, immergé dans le plus fort courant et ne dépassant pas la surface; nous lui avons fait parcourir un grand nombre de fois une longueur de $5^m$, mesurée exactement, et nous avons trouvé constamment que sa vitesse, dans cet espace, était de $0^m,454$ par seconde, et comme cette vitesse est comprise entre $0^m,40$ et $1^m,30$ nous la réduirons, d'après la règle de M. de Prony, aux $\frac{4}{5}$ pour avoir la vitesse moyenne dans le canal; laquelle sera alors égale à $0^m,36$ par seconde.

La surface du profil de la section d'eau dans ce canal étant de $2^{mq},108$, le produit du cours d'eau était donc de

$$0^m,36 \times 2^{mq},108 = 0^{mc},758$$

en une seconde.

Au même instant la vanne de travail se trouvait baissée de manière à découvrir trois orifices. Les deux premiers avaient une largeur de $0^m,07$ et le troisième, ou l'inférieur, une largeur de $0^m,045$. Leur longueur commune était de $2^m,63$. La hauteur observée du niveau était

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sur l'orifice supérieur... | $0^m,12$ | vitesse due à cette charge... | | | $1^m,53$ |
| Sur le second orifice.... | 0,26 | — | — | — | 2,26 |
| Sur le troisième........ | 0,346 | — | — | — | 2,61 |

de sorte qu'en considérant chacun de ces trois orifices comme isolé, on trouverait pour la dépense théorique du fluide par

Le 1er orifice $0^{m},07 \times 2^{m},63 \times 1^{m},53 = 0^{m.c},28167$
Le 2e orifice $0,07 \times 2,63 \times 2,26 = 0,41066$
Le 3e orifice $0,07 \times 2,63 \times 2,61 = 0,30798$

et pour la dépense théorique totale...... 1,00571 en une seconde.

Le rapport de la dépense effective, trouvée au moyen du flotteur, à la dépense théorique est

$$\frac{0,758}{1,006} = 0,754;$$

ce nombre donne donc le coëfficient de correction à employer dans le calcul des dépenses d'eau faites sur cette vanne. Or, les expériences de M. Poncelet, rapportées dans son mémoire sur les roues à aubes courbes (*), nous apprennent que, lorsque l'eau s'écoule par un orifice dont trois faces sont dans le prolongement de ses côtés et n'offrent pas de contraction, et que l'autre paroi est inclinée à un de base sur deux de hauteur, le coëfficient de la dépense est 0,75, et que, si cette paroi est inclinée à un de base sur un de hauteur, le coëfficient a pour valeur 0,80. Ces résultats doivent d'ailleurs subsister, quels que soient les côtés sur lesquels la contraction est annulée et la paroi qui est inclinée. Dans le cas dont il s'agit ici, il n'y a de contraction latérale ni sur le côté supérieur, et la vanne est inclinée à 40° sur le plan de l'orifice, de sorte qu'elle est comprise entre les deux inclinaisons ci-dessus et le coëfficient que nous avons trouvé par une mesure directe est aussi compris entre 0,75 et 0,80. Nous pouvons donc le regarder comme exact et l'appliquer aux diverses positions de la vanne, relatives à nos expériences.

54. *Calcul de la dépense d'eau pour chacune des séries d'expériences.* La largeur des orifices partiels ouverts par l'abaissement de la vanne, a été mesurée par des perpendiculaires abaissées du sommet *a*, *b* de chaque cloison et du point *c* de la vanne sur les cloisons opposées, ce qui, d'après la disposition de l'appareil, donnait toujours le plus petit intervalle de ces parois. La charge sur ces orifices partiels était la hauteur du niveau de l'eau au-dessus du milieu de ces perpendiculaires. La longueur des orifices

(*) Deuxième édition, page 82.

était d'ailleurs constante et égale à $2^m,63$. Toutes ces données ont été prises avec soin et rapportées sur une figure de la vanne et de ses cloisons, construite sur une grande échelle. On a ainsi, pour chacune des séries d'expériences, déterminé la dépense d'eau, et l'on a formé le tableau suivant, qui donne aussi le travail absolu du moteur.

| NUMÉROS des séries des expériences. | LARGEUR des orifices sur une longueur de $2^m,63$. | SURFACE des orifices. | CHARGE d'eau sur le centre des orifices. | VITESSE due à cette charge. | DÉPENSE D'EAU EN UNE SECONDE. Théorique. Par chaque orifice. | Théorique. Par tous les orifices ouverts. | Effective. | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | m | m.q | m | m | kil | kil | kil | m | k.m | |
| 1 | 0,070 | 0,1841 | 0,140 | 1,66 | 306 | 342 | 257 | 7,85 | 2017 | |
| | 0,007 | 0,0184 | 0,175 | 1,85 | 36 | | | | | |
| 2 | 0,070 | 0,1841 | 0,065 | 1,13 | 208 | 449 | 383 | 7,78 | 2626 | |
| | 0,050 | 0,1315 | 0,170 | 1,83 | 241 | | | | | |
| 3 | 0,070 | 0,1841 | 0,057 | 1,06 | 195 | 655 | 494 | 7,77 | 3838 | |
| | 0,070 | 0,1841 | 0,195 | 1,96 | 361 | | | | | |
| | 0,017 | 0,0447 | 0,235 | 2,15 | 98 | | | | | |
| 4 | 0,070 | 0,1841 | 0,057 | 1,06 | 195 | 1016 | 766 | 7,77 | 5951 | |
| | 0,070 | 0,1841 | 0,195 | 1,96 | 361 | | | | | |
| | 0,070 | 0,1841 | 0,320 | 2,50 | 460 | | | | | |

55. *Description du frein employé à ces expériences.* Le frein dont on s'est servi dans ces expériences était composé d'une forte pièce de chêne de $7^m$ de long sur $0^m,28$ d'équarrissage au gros bout, et $0^m,25$ au petit. L'arbre de couche du pignon intérieur du grand cercle denté, que porte la roue hydraulique, était celui sur lequel on pouvait le placer, mais, comme son diamètre n'était que de $0^m,16$, on fixa sur cet arbre un manchon en fonte, composé de deux pièces assemblées avec quatre clefs à T, engagées latéralement. On avait d'abord dressé de petites faces planes sur l'arbre pour donner de l'assiette aux coins de fer, qui devaient y fixer le manchon. Lorsqu'à l'aide de ces coins il fut bien assuré dans sa position, on monta un support de tour près de l'arbre et l'on tourna avec soin sa surface extérieure, pour rendre le frottement aussi régulier que possible. Un coussinet en fonte encastré en partie dans la face inférieure du levier du frein, et une bande de fer de $0^m,20$ de large sur $0^m,004$ d'épaisseur embrassaient le manchon. Deux trous rectangulaires, pratiqués aux extré-

mités de la bande, qui avaient conservé une épaisseur de $0^{m},008$ recevaient des clefs qui traversaient les têtes fendues de deux boulons quarrés de $0^{m},05$. Ces boulons passaient dans le coussinet et dans le levier du frein, et recevaient de larges rondelles en fonte et des écrous. Trois hommes avec une clef de $1^{m},30$ serraient ces écrous, pendant qu'un quatrième versait sans cesse de l'eau sur le manchon pour diminuer l'échauffement.

Le levier du frein était retenu en avant par des chantiers, et en arrière par une pièce transversale, de sorte qu'il ne pouvait qu'osciller entre deux positions peu écartées en dessus et en dessous de l'horizontale. Un plateau de balance était suspendu à un crochet fixé à $6^{m},01$ de l'axe de l'arbre de couche. Le poids du levier rapporté à ce crochet, était de $132^{kil}$, y compris le crochet, le plateau de balance et ses cordes. C'est ce que nous avons nommé la charge constante du frein.

56. *Formules employées pour calculer l'effet utile total, en tenant compte des résistances passives.* Le grand cercle d'engrenage monté sur l'arbre de couche, engrène avec deux pignons, l'un placé au-dessus qui sert à communiquer le mouvement à l'atelier des mécaniciens, l'autre, qui est à peu près à hauteur de l'arbre de couche, fait marcher la filature. Dans les expériences, la communication de mouvement entre la chambre de la machine et les ateliers avait été interrompue, en débrayant les manchons; mais ces deux pignons et leurs arbres ne pouvaient pas être désengrenés, et comme ils marchaient très-vite, ils consommaient une quantité de travail qu'il n'était pas permis de négliger. Il fallait donc tenir compte du frottement de leurs tourillons et de celui de l'engrenage. Il se produisait aussi un frottement sur les coussinets de l'arbre de couche; enfin l'engrenage du pignon intérieur avec le cercle denté porté par la roue, et le frottement de cette roue sur ses tourillons, consommaient une quantité notable de travail. Ce n'est donc qu'après avoir calculé les efforts nécessaires pour vaincre ces divers frottemens, qu'on pouvait parvenir à connaître la quantité de travail réellement transmise par le moteur à la circonférence moyenne des augets. Nous allons indiquer la marche que nous avons suivie pour y parvenir. Soient

$p$ le poids du pignon supérieur et de son arbre,

$\rho$ le rayon de son tourillon,

$f$ le rapport du frottement à la pression pour un axe en fer tournant dans une boite de cuivre avec enduit d'huile,

$\varphi$ la force horizontale à appliquer tangentiellement au cercle primitif du pignon, pour vaincre le frottement sur ses coussinets.

Ce pignon sera pressé sur ses coussinets par la résultante de $\varphi$ et de son poids propre $p$, laquelle a pour expression

$$\sqrt{\varphi^2 + p^2}$$

et attendu que l'on a $p > \varphi$, le frottement produit par cette pression peut être exprimé à $\frac{1}{25}$ près par

$$f_1(0{,}96p + 0{,}4\varphi).$$

A chaque instant du mouvement parvenu à l'uniformité, la force $\varphi$ doit faire équilibre à ce frottement, et en désignant par $r$ son bras de levier, ou le rayon du cercle primitif du pignon, on a

$$f_1\rho\,(0{,}96p + 0{,}4\varphi) = \varphi r$$

d'où

$$\varphi = \frac{0{,}96 f_1 \rho p}{r - 0{,}4 f_1 \rho}.$$

On trouverait de même l'expression de l'effort $\varphi'$, qui suffit pour vaincre le frottement du pignon de la filature sur ses coussinets, en observant qu'ici la force $\varphi'$ et le poids $p'$ du pignon et de son arbre agissent verticalement et dans le même sens, de sorte que la valeur de $\varphi'$ est donnée par la relation

$$f_1(\varphi' + p')\,\rho' = \varphi' r'$$

d'où

$$\varphi' = \frac{f_1 p' \rho'}{r' - f_1 \rho'}.$$

Pour le pignon supérieur, on a

$$p = 850^{kil}, \quad \rho = 0^m{,}08, \quad r = 0^m{,}63 \quad f_1 = 0{,}08.$$

On trouve, en effectuant les calculs,

$$\varphi = 8^{kil}{,}33,$$

et pour le pignon de la filature, on a

$$p' = 1083^{kil}, \quad \rho' = 0^m{,}08, \quad r' = 0^m{,}63, \quad f_1 = 0{,}08,$$

et par suite

$$\varphi' = 11^{kil}{,}6.$$

Ces efforts $\varphi$ et $\varphi'$ exercent sur les dents du grand cercle des pressions,

d'où résulte un frottement, dont la valeur moyenne est, pour chacun d'eux,

$$f'\varphi\pi\frac{m+m'}{mm'} \quad \text{et} \quad f'\varphi'\pi\frac{m+m'}{mm'}.$$

On a, dans ces expressions,
$f'=0{,}08$, $\pi=3{,}14$, $m=46$, nombre des dents du pignon,
$m'=200$, nombre des dents de la grande roue; il s'ensuit que l'effort moyen à exercer à la circonférence du grand cercle pour vaincre le frottement de ces engrenages est

$$(\varphi+\varphi')\times 0{,}08\times 3{,}14\times\frac{246}{9200}=19^{\text{kil}}{,}93\times 0{,}0067=0^{\text{kil}}{,}133.$$

Cet effort, joint aux deux autres $\varphi=8^{\text{kil}}{,}33$ et $\varphi'=11^{\text{kil}}{,}6$, donne, pour l'effort moyen à exercer à la circonférence primitive du grand cercle, pour vaincre les résistances passives provenant du mouvement des deux pignons

$$20^{\text{kil}}{,}06.$$

Considérons maintenant ce qui se passe autour de l'axe du grand cercle d'engrenage et appelons
$p''=8571^{\text{kil}}$ le poids total de l'arbre, du grand cercle et du pignon intérieur à la roue,
$R'=2^{\text{m}}{,}63$ le rayon du grand cercle,
F la charge totale du frein,
$L=6^{\text{m}}{,}01$ son bras de levier,
$r''=0^{\text{m}}{,}89$ le rayon du pignon intérieur à la roue,
P' l'effort qui agit à l'extrémité de ce bras de levier ou à la circonférence primitive du pignon intérieur pour vaincre les résistances passives et tenir en équilibre la charge du frein.

Cet effort, qui est transmis par le cercle denté que porte la joue de la roue hydraulique agit tangentiellement à la circonférence primitive du pignon intérieur, sous une inclinaison de 40° avec la verticale. Si nous le décomposons en deux autres, l'un horizontal et égal à $P'\sin 40°$,
l'autre vertical et égal à $P'\cos 40°$,
nous pourrons regarder le tourillon comme soumis aux pressions

horizontale $$P'\sin 40°-\varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right),$$

verticale $$p''+F+P'\cos 40°-\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right).$$

La résultante de ces deux groupes de forces produit sur les tourillons de l'arbre de couche du grand cercle un frottement

$$f_{1}\sqrt{\left[p''+\mathrm{F}+\mathrm{P}'\cos 40^{\circ}-\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)\right]^{2}+\left[\mathrm{P}'\sin 40^{\circ}-\varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)\right]^{2}}.$$

Dans cette expression,

$$\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)=11^{\mathrm{kil}},65, \qquad \varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)=8^{\mathrm{kil}},40,$$

$$f_{1}=0{,}08, \qquad \cos 40^{\circ}=0{,}76, \qquad \sin 40^{\circ}=0{,}64,$$

et en remplaçant le radical par sa valeur approchée à $\frac{1}{25}$ près, on a, pour le frottement sur les tourillons de l'arbre de couche, tous calculs faits, la valeur

$$659^{\mathrm{kil}},42+0{,}077\mathrm{F}+0{,}079\mathrm{P}',$$

dans laquelle F sera donné pour chaque expérience et où P′ restera seul à déterminer.

Cela posé, la force P′ doit faire équilibre à la charge F du frein dont le moment, par rapport à l'axe, est FL, à l'effort de $20^{\mathrm{kil}},05$ nécessaire pour surmonter les résistances des deux pignons, et dont le moment est $20^{\mathrm{kil}},05\times\mathrm{R}'$, et enfin au frottement dont nous venons de trouver l'expression et dont le moment est

$$(659^{\mathrm{kil}},42+0{,}077\mathrm{F}+0{,}079\mathrm{P}')\rho'',$$

en appelant $\rho''=0^{\mathrm{m}},13$ le rayon des tourillons de l'arbre de couche.

Si nous désignons par $r''=0^{\mathrm{m}},89$ le rayon du cercle primitif du pignon intérieur à la roue, le moment $\mathrm{P}'r''$ de la force P′ devra être égal à la somme des momens ci-dessus, et l'on aura

$$\mathrm{P}'r''=\mathrm{FL}+20^{\mathrm{kil}},05\mathrm{R}'+(659^{\mathrm{kil}},42+0{,}077\mathrm{F}+0{,}079\mathrm{P}')\rho''.$$

En substituant les données numériques constantes dans cette équation, elle se réduit à

$$\mathrm{P}'=6{,}841\mathrm{F}+157{,}23,$$

d'où l'on tirera pour chaque expérience la valeur de P′, lorsqu'on y mettra celle de F.

De cette résistance P′ résulte entre les dents du pignon intérieur et celles du grand cercle denté que porte la roue, un frottement dont l'effort moyen a pour valeur

$$f''\mathrm{P}'\pi\frac{m_{2}-m_{1}}{m_{1}m_{2}},$$

en désignant par

$f'' = 0,10$ le rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte avec enduit de suif et mouillées d'eau,

$m_1 = 66$ le nombre de dents du pignon,

$m_2 = 360$ le nombre de dents du cercle;

Il suit de là que l'effort à exercer par le cercle denté sur le pignon, est égal à

$$P'\left(1 + f''\pi \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2}\right) = P' \times 1,003 = P''.$$

Autour de l'axe de la roue hydraulique, parvenue au mouvement uniforme, il doit y avoir équilibre à chaque instant entre cette force P'' considérée comme résistance, l'effort P transmis par le moteur et que l'on peut regarder comme vertical, et le frottement sur les tourillons de la roue.

Ce frottement est dû à la résultante de la pression horizontale $P'' \sin 40°$, des pressions verticales produites par le poids $M = 25000^{kil}$ de la roue, par l'effort P, par le poids Q de l'eau contenue dans les augets, diminuées de celle due à la composante verticale $P'' \cos 40°$ de la résistance P''.

Cette résultante peut se mettre sous la forme exacte à $\frac{1}{15}$ près

$$0,96\,(M + P + Q - P'' \cos 40°) + 0,4P'' \sin 40°,$$

et en mettant pour cos 40° et sin 40° leurs valeurs 0,76 et 0,64, le frottement qu'elle produit sur les tourillons aura pour expression

$$f_1\,[0,96\,(M + P + Q) - 0,473P''].$$

L'équation d'équilibre entre P, P'' et ce frottement sera, en désignant par

$R = 4^m,55$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue,

$R_1 = 4^m,40$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage,

$\rho'' = 0^m,118$ le rayon des tourillons de la roue,

$f_1 = 0,08$ le rapport du frottement de la pression pour ces tourillons enduits de graisse,

$$PR = P''R_1 + f_1\rho''\,[0,96\,(M + P + Q) - 0,473P''].$$

On en tire

$$P = 0,968P'' + 0,002\,(M + Q);$$

ou en mettant pour P'' sa valeur,

$$P'' = 1,003P' = 6,862F + 157,7,$$

on trouve, toutes réductions faites,

$$P = 6,632F + 202^{kil},65 + 0,002Q.$$

Le poids Q de l'eau contenue dans la roue serait difficile à calculer exactement, parce que la force centrifuge combine son action avec celle de la pesanteur, mais on peut observer que le terme qui en dépend sera toujours assez petit pour pouvoir être négligé. En effet les augets peuvent, sans erreur sensible, vu le grand diamètre de la roue, être regardés comme des prismes dont la base est un trapèze de $0^m,27$ de hauteur, et les côtés parallèles égaux à $0^m,30$ et $0^m,13$. Leur longueur intérieure étant d'ailleurs de $3^m,155$, on trouve pour leur volume $0^{m.c},183$. Or, en admettant même qu'il y ait 20 augets entièrement pleins, ce qui n'arrivera jamais, le terme 0,002Q ne monterait qu'à $11^{kil}$, quantité qui ne serait pas la millième partie de la valeur de P. On voit donc qu'il est permis d'en faire abstraction et de réduire la valeur de P à l'expression très-simple

$$P = 6,632F + 202^{kil},65,$$

d'où l'on tirera immédiatement la valeur de P relative à chacune des expériences.

Cette quantité P est l'effort moyen que le moteur transmet à chaque instant à la circonférence extérieure de la roue, en la multipliant par la vitesse de cette circonférence déduite de l'observation, nous aurons, pour chaque expérience, le travail réellement transmis à la roue par le moteur, ou l'effet utile total de la roue.

57. *Comparaison de l'effet utile total, déduit de l'expérience, à l'effet théorique.* Nous avons ensuite calculé l'effet théorique de la roue, d'après la formule ordinaire des roues à augets

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V - v)v,$$

dans laquelle

P est l'effort transmis à la circonférence extérieure des augets,

$v$ la vitesse à cette circonférence,

Q le volume d'eau dépensé en une seconde, en mètres cubes,

$g = 9^m,8088$,

$h$ la hauteur du point où la roue reçoit l'eau au-dessus de celui où elle

la quitte, et que la théorie suppose égale à la hauteur du point d'affluence au-dessus du point inférieur de la roue.

V la vitesse avec laquelle l'eau arrive à la circonférence extérieure des augets, et qui, dans le cas actuel, a sensiblement la même direction que $v$.

L'observation nous ayant fourni pour chaque expérience les quantités Q, $h$, V, $v$, il nous a été facile de calculer l'effet théorique de la roue, et de le comparer aux résultats de l'expérience. Nous avons établi cette comparaison en admettant que le second terme de l'expression théorique représentait exactement les effets dus à la variation de la force vive de l'eau, depuis son admission sur la roue jusqu'à sa sortie, et en recherchant la correction qu'il faut apporter au premier terme pour faire concorder les résultats de la théorie avec ceux de l'expérience. On observera en effet, que toutes les fois que l'eau dépensée est admise dans la roue, la théorie doit être d'accord avec l'expérience, puisqu'elle ne repose sur aucune hypothèse, mais sur l'application de principes rigoureux, tandis que l'on admet dans cette théorie que l'eau reste dans les augets jusqu'au bas de la roue, ce qui s'éloigne d'autant plus de la vérité que les augets sont plus pleins.

*Expériences faites en août 1829, sur la roue hydraulique à augets de la*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente. | CHARGE DU FREIN. Constante. | CHARGE DU FREIN. Variable. | CHARGE DU FREIN. Totale. F | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | k.m | m | m | | kil | kil | kil. | m | k.m | k.m |
| 1 | 1 | 2017 | 1,460 | 2,59 | 0,560 | 132 | » | 132 | 10,48 | 1384 | 196 |
| | 2 | 2017 | 1,180 | 2,59 | 0,455 | 132 | 40 | 172 | 8,39 | 1442 | 142 |
| | 3 | 2017 | 1,045 | 2,59 | 0,402 | 132 | 80 | 212 | 7,55 | 1601 | 69 |
| | 4 | 2017 | 0,808 | 2,59 | 0,313 | 132 | 120 | 252 | 5,21 | 1463 | 47 |
| | 5 | 2017 | 0,693 | 2,59 | 0,268 | 132 | 160 | 292 | 4,97 | 1450 | 35 |
| | 6 | 2017 | 0,000 | 2,59 | » | 132 | 200 | 333 | » | » | » |
| 2 | 1 | 2626 | 1,750 | 2,13 | 0,820 | 132 | » | 132 | 12,58 | 1660 | 220 |
| | 2 | 2626 | 1,540 | 2,13 | 0,720 | 132 | 40 | 172 | 11,10 | 1909 | 161 |
| | 3 | 2626 | 1,220 | 2,13 | 0,570 | 132 | 80 | 212 | 8,77 | 1859 | 101 |
| | 4 | 2626 | 1,065 | 2,13 | 0,500 | 132 | 120 | 252 | 7,70 | 1940 | 50 |
| | 5 | 2626 | 0,818 | 2,13 | 0,380 | 132 | 160 | 292 | 5,89 | 1720 | 30 |
| | 6 | 2626 | 0,000 | 2,13 | » | 132 | 200 | 332 | » | » | » |
| 3 | 1 | 3838 | 2,020 | 2,63 | 0,770 | 132 | 40 | 172 | 14,52 | 2496 | 204 |
| | 2 | 3838 | 1,700 | 2,63 | 0,650 | 132 | 80 | 212 | 12,17 | 2580 | 145 |
| | 3 | 3838 | 1,310 | 2,63 | 0,500 | 132 | 120 | 252 | 9,43 | 2376 | 74 |
| | 4 | 3838 | 1,190 | 2,63 | 0,450 | 132 | 160 | 292 | 8,57 | 2504 | 46 |
| | 5 | 3838 | 1,075 | 2,63 | 0,410 | 132 | 200 | 332 | 7,70 | 2557 | 23 |
| | 6 | 3838 | 0,000 | 2,63 | » | 132 | 240 | 372 | » | » | » |
| 4 | 1 | 5951 | 2,930 | 3,01 | 0,970 | 132 | o | 132 | 20,97 | 2767 | 383 |
| | 2 | 5951 | 2,500 | 3,01 | 0,830 | 132 | 40 | 172 | 17,99 | 3094 | 256 |
| | 3 | 6951 | 2,190 | 3,01 | 0,730 | 132 | 80 | 212 | 15,73 | 3344 | 166 |
| | 4 | 5951 | 1,750 | 3,01 | 0,580 | 132 | 120 | 252 | 12,58 | 3170 | 110 |
| | 5 | 5951 | 1,700 | 3,01 | 0,565 | 132 | 160 | 292 | 12,17 | 3554 | 96 |
| | 6 | 5951 | 1,540 | 3,01 | 0,510 | 132 | 200 | 332 | 11,04 | 3666 | 34 |
| | 7 | 5951 | 0,000 | 3,01 | » | 132 | 280 | 412 | » | » | » |

*filature de MM. N. Schlumberger et Cie, à Guebwiller.* (Haut-Rhin.)

| EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$. 1000Qh. | 1000Q : g × (V−v) v. | Pv. | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | POIDS d'eau introduit dans chaque auget. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k.m | k.m | k.m | k.m | | | kil | |
| 1570 | 1869 | 39,7 | 1909 | 0,82 | 0,69 | 53 | |
| 1584 | 1869 | 43,5 | 1913 | 0,82 | 0,72 | 65 | |
| 1670 | 1869 | 42,4 | 1911 | 0,87 | 0,79 | 74 | |
| 1510 | 1869 | 37,6 | 1907 | 0,79 | 0,73 | 95 | |
| 1485 | 1869 | 34,2 | 1903 | 0,77 | 0,72 | 115 | |
| » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | Moyenne... | 0,81 | | | |
| 1880 | 2471 | 22,4 | 2493 | 0,75 | 0,63 | 58 | |
| 2070 | 2471 | 30,6 | 2502 | 0,83 | 0,72 | 66 | |
| 1960 | 2471 | 37,8 | 2509 | 0,78 | 0,71 | 83 | |
| 1990 | 2471 | 38,5 | 2510 | 0,79 | 0,74 | 95 | |
| 1750 | 2471 | 36,8 | 2508 | 0,69 | 0,65 | 124 | |
| » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | Moyenne... | 0,79 | | | |
| 2700 | 3552 | 62,0 | 3614 | 0,74 | 0,65 | 74 | |
| 2725 | 3552 | 84,0 | 3636 | 0,74 | 0,67 | 87 | |
| 2450 | 3552 | 87,0 | 3639 | 0,60 | 0,62 | 113 | |
| 2550 | 3552 | 86,0 | 3638 | 0,69 | 0,66 | 124 | |
| 2580 | 3552 | 83,0 | 3635 | 0,70 | 0,67 | 138 | |
| » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | Moyenne... | 0,74 | | | |
| 3150 | 5423 | 250,0 | 5673 | 0,53 | 0,46 | 78 | |
| 3350 | 5423 | 100,0 | 5523 | 0,60 | 0,52 | 92 | |
| 3510 | 5423 | 142,0 | 5565 | 0,62 | 0,56 | 105 | |
| 3280 | 5423 | 174,0 | 5597 | 0,57 | 0,53 | 131 | |
| 3640 | 5423 | 175,0 | 5598 | 0,64 | 0,60 | 141 | |
| 3700 | 5423 | 166,0 | 5589 | 0,65 | 0,62 | 149 | |
| » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | Moyenne... | 0,60 | | | |

38. *Conséquence des résultats consignés dans le tableau précédent.* En comparant entr'elles toutes les expériences des trois premières séries où le volume d'eau introduit dans chaque auget n'a pas dépassé la moitié de leur capacité, qui est, comme nous l'avons dit au n° 37, de 0m.c.,183, on voit que la valeur moyenne à appliquer au coëfficient du premier terme de la formule théorique est, pour

| | |
|---|---|
| La 1re série | 0,81 |
| La 2e série | 0,79 |
| La 3e série | 0,74 |
| Moyenne générale | 0,78 |

En adoptant donc la valeur moyenne 0,78, la formule

$$Pv = 780 Qh + \frac{1000 Q}{g} (V - v) v$$

représentera, à moins de $\frac{1}{18}$ près tous les résultats de ces expériences.

Les trois dernières expériences de la troisième série, où le volume d'eau introduit dans chaque auget égalait environ les $\frac{2}{3}$ de sa capacité, fournissent des valeurs moindres, ce qui montre que, dans ce cas, la roue fonctionne d'une manière moins favorable que dans les premières séries.

Quant à la quatrième série, les résultats en sont encore moindres par deux raisons opposées. Dans les deux premières expériences de cette série, où la vitesse de la roue était de 2m,93 et 2m,50, le volume d'eau introduit n'excédait pas la moitié de la capacité de l'auget; mais, d'une part, la grande vitesse de la roue présentait de la difficulté à l'introduction de l'eau, dont une partie notable n'était pas admise, et de l'autre la force centrifuge accélérait le versement; ces deux causes tendaient donc à diminuer l'effet utile. Dans les expériences suivantes, la vitesse étant moindre, l'eau s'introduisait mieux, mais les augets étant plus qu'à moitié pleins, le déversement de l'eau commençait à une hauteur plus grande que dans les premières séries.

On doit donc conclure de cette comparaison que, pour qu'une roue à augets fonctionne d'une manière avantageuse, il faut que le volume d'eau introduit dans chaque auget ne dépasse pas la moitié de sa capacité. Il semble même que, quand il n'en résulterait pas pour la roue des dimensions exagérées, il conviendrait que ce volume ne fût que le tiers au plus de celui de l'auget.

59. *Les variations de la vitesse de la roue ont, entre des limites assez étendues, peu d'influence sur l'effet utile.* La hauteur $h$ parcourue par l'eau en descendant sur la roue, étant considérable et indépendante des vitesses $v$ et V, les variations de ces quantités n'ont pas d'influence sur le terme $1000Qh$, qui est, dans tous les cas, beaucoup plus grand que le second terme $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$, d'où il résulte que, bien que les vitesses V et $v$ s'écartent sensiblement du rapport qui correspond au maximum d'effet, la quantité de travail utilisée ne s'éloigne pas sensiblement de ce maximum. Il en résulte donc que l'on peut, sans crainte de diminuer l'effet utile des grandes roues à augets, faire varier le rapport $\frac{v}{V}$ de 0,25 à 0,80, et donner à la circonférence extérieure de la roue une vitesse de $2^m$ par seconde, toutes les fois que les augets ne seront pas remplis au-delà de la moitié de leur capacité.

Cette observation met en évidence un avantage important des roues à augets, en montrant que, sans s'écarter du maximum d'effet, elles peuvent à volonté, et selon les besoins du travail, marcher à des vitesses fort différentes, ce qui est très-utile pour beaucoup d'opérations.

## CHAPITRE SEPTIÈME.

---

### EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES A AUGETS DU MOULIN DE SENELLES PRÈS LONGWY. (Juillet 1834.)

60. *Description sommaire.* L'ancien moulin de Senelles venait d'être remplacé par une belle usine à quatre tournans, dont le moteur et tout le mécanisme avait été construit par MM. Glavet père et fils, ingénieurs civils à Metz, lorsqu'avec le concours de M. Glavet fils, j'ai entrepris, sur la roue d'aval de cette usine, les expériences dont je vais rapporter les résultats.

L'eau est conduite à l'usine par un canal, qui la reçoit aux forges d'Herserange, situées à trois quarts de lieue en amont, et qui travaillant par éclusées, occasionnent dans le niveau des eaux du moulin des variations considérables. Mais les expériences ayant été faites pendant un jour où les forges étaient arrêtées et où la soufflerie du haut-fourneau était seule

en activité, on n'a pas éprouvé cet inconvénient. Au reste on a, pour chaque expérience, observé la hauteur du niveau pendant sa durée, et on en a déduit la dépense d'eau correspondante.

Le canal est en bois et passe au-dessus des deux roues à augets qui, par suite de cette disposition, commandée par la localité, reçoivent l'eau à leur sommet, au moyen d'une vanne à clapet ouvrant au fond de ce canal un orifice garni d'une buse inclinée à 30° sur l'horizon. La largeur de ce canal est de $2^m,60$, et sa profondeur de $0^m,640$.

L'ouverture pratiquée dans son fond n'a que $1^m,56$ dans le sens perpendiculaire à la longueur, déduction faite de l'épaisseur d'une petite cloison verticale, qui le partage en deux et s'oppose à la flexion de la buse. La vanne recouvre et déborde cet orifice latéralement de $0^m,04$ à $0^m,05$, et en avant de $0^m,035$ (Pl. III, Fig. 1): de chaque côté, pour empêcher l'eau d'arriver latéralement à l'orifice, on a disposé deux rebords verticaux de $0^m,11$ de hauteur vers l'ouverture de l'orifice et entre lesquels le clapet est emboîté assez exactement pour qu'il ne passe presque pas d'eau le long de ses bords. L'orifice démasqué par la vanne est tourné vers l'aval du canal, de sorte que l'eau s'écoule en sens contraire de sa direction d'arrivée; de plus, les deux rebords latéraux ne sont pas réunis et raccordés aux côtés verticaux du canal, et du concours de ces circonstances il résulte que la contraction est très-grande au passage de cet orifice; enfin les charges d'eau très-faibles et le côté inférieur de l'orifice étaient dans le prolongement du fond de ce canal et continué par une buse formant coursier. Or l'on sait par les dernières expériences de MM. Poncelet et Lesbros, que ces circonstances contribuent aussi à diminuer la dépense.

61. *Détermination du coëfficient de la dépense à employer pour cet orifice.* Pour pouvoir calculer le volume d'eau écoulé par cet orifice, il fallait donc le déterminer par quelque moyen direct, pour certains cas, et c'est ce que j'ai pu faire, pour deux séries particulières, de la manière suivante. A l'extrémité du canal se trouvait une vanne de décharge placée près de l'un des bords, et ayant son seuil dans le prolongement du fond de ce canal. La vanne de la roue étant levée d'une certaine quantité et le régime du cours d'eau étant bien établi, on observait la hauteur du niveau, puis on fermait le clapet et l'on ouvrait graduellement la vanne de décharge, jusqu'à ce que le niveau étant revenu à la même hauteur, on fût certain que ce second orifice dépensait autant d'eau que le premier. D'après

les résultats déjà connus des expériences de MM. Poncelet et Lesbros, on avait le coëfficient de la dépense, relatif à la vanne de décharge dans les circonstances de l'expérience, et par suite on pouvait calculer la dépense faite, sous la même charge, par chacun de ces deux orifices, puis en divisant cette dépense effective par la dépense théorique déduite des formules ordinaires pour l'orifice du clapet, on obtenait le coëfficient de correction relatif à cet orifice. Cette opération préliminaire étant importante pour le calcul ultérieur des expériences, je crois devoir en consigner ici les résultats.

*Première observation. Écoulement par la vanne de décharge.*

| | |
|---|---|
| Charge d'eau sur le fond du canal, mesure prise dans un endroit où le liquide était stagnant.. | $^{m}$ 0,286 |
| Levée de la vanne ou hauteur de l'orifice...... | 0,084 |
| Charge sur le centre de l'orifice............ | 0,244 |
| Largeur de l'orifice........................ | 0,549 |
| Dépense théorique......................... | $0^{m.c},10074$ |

A cet orifice la contraction avait lieu sur le côté supérieur et sur l'un des côtés verticaux; le seuil et l'autre côté vertical étaient dans le prolongement des parois du canal; enfin l'orifice était suivi d'un bout de coursier de $0^{m},20$ de longueur et horizontal. En comparant ces données avec les résultats des expériences de MM. Poncelet et Lesbros (*), on voit d'abord que, par suite de la présence du petit coursier et de la petitesse de la charge, le coëfficient serait environ 0,59, et que la présence du fond du canal dans le prolongement du seuil le réduira à 0,58(**), et qu'enfin l'une des parois latérales étant disposée de manière à supprimer la contraction et devant produire un effet analogue et à-peu-près égal à celui du fond, ce coëfficient se trouvera réduit à 0,57, de sorte que la dépense effective ne doit être estimée qu'à

$$0^{m.c},10074 \times 0,57 = 0^{m},0574.$$

(*) Traité d'Hydraulique de M. d'Aubuisson, page 44.

(**) Je crois devoir rappeler ici que si la suppression de la contraction, sur l'un des côtés de l'orifice, par suite du voisinage d'une des parois du réservoir, augmente la dépense dans le cas des fortes charges, elle la diminue au contraire dans les petites charges, par suite de l'influence de la résistance des parois. C'est ce que montrent les résultats des dernières expériences de MM. Poncelet et Lesbros.

Sous la même charge sur le seuil, le clapet étant levé de manière qu'on eut les données suivantes :

Hauteur de l'orifice, mesurée par la perpendiculaire *ab* (Fig. 1, Pl. III) abaissée du bord inférieur de l'orifice sur la direction du clapet............ $0^{m},027$
Largeur de l'orifice.......................... 1,560
Charge sur le centre de l'orifice................. 0,272
La dépense théorique était de.................. $0^{m.c},09725$

Et le rapport de la dépense effective par l'orifice de décharge à cette dépense théorique, est égal à

$$0,59,$$

ce qui nous donne la valeur du coëfficient de correction à appliquer à la vanne de la roue pour des circonstances analogues à celle de l'expérience précédente.

SECONDE OBSERVATION. *Écoulement par la vanne de décharge.*

Charge d'eau sur le fond du canal, mesure prise en un endroit où le liquide était stagnant........ $0^{m},300$
Levée de la vanne, ou hauteur de l'orifice....... 0,160
Charge sur le centre de l'orifice................. 0,220
Largeur de l'orifice.......................... 0,549
Dépense théorique........................... $0^{m.c},182624$

Le coëfficient de la dépense pour cet orifice serait 0,559, sans la présence du fond et d'une des parois, et par suite de leur influence il devient 0,545.

La dépense effective en une seconde est donc de.... $0^{m.c},0995$

*Écoulement par la vanne de la roue.*

Hauteur de l'orifice, mesurée comme précédemment.. $0^{m},046$
Largeur de l'orifice.......................... 1,560
Charge sur le centre de l'orifice................. 0,277
Dépense théorique en une seconde.............. $0^{m.c},16741$

Le rapport de la dépense effective à la dépense théorique est

$$\frac{0,0995}{0,1674} = 0,59;$$

ce qui nous donne la valeur du coëfficient de correction à appliquer pour ce cas, à l'orifice de la vanne.

L'accord des résultats dans ces deux observations nous permet donc d'adopter, pour le coëfficient de la dépense, la valeur 0,59. On observera d'ailleurs que, dans les 3$^e$, 4$^e$, 5$^e$ et 6$^e$ séries d'expériences, consignées dans le tableau, les ouvertures de vanne ont été plus grandes, et les charges d'eau plus faibles que dans les deux premières, dont les données correspondent toutes à très-peu-près à celles des observations précédentes, et que ces deux circonstances ont dû, comme on le sait, tendre à diminuer encore la dépense, de sorte qu'en adoptant pour toutes ces séries la même valeur du coëfficient de correction que pour les deux premières, nous serions plutôt exposés à apprécier la dépense trop haut que trop bas, et par conséquent à en déduire, pour le rapport de l'effet utile réel de la roue à son effet théorique, une valeur un peu trop faible. Toutefois les différences dans les valeurs du coëfficient de la dépense ne pouvant jamais s'élever au-delà de $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{30}$, on voit que nos résultats ne peuvent en être affectés au-delà des limites d'approximation que l'on peut se flatter d'atteindre dans des expériences de ce genre. Nous n'avons donc cru devoir faire de correction à la valeur de ce coëfficient que pour la dernière série d'expériences, où la charge sur le seuil excédait de peu de chose la hauteur de l'orifice, et nous avons adopté 0,58 pour ce cas, en nous basant sur les variations qu'éprouvait le coëfficient de la dépense dans les expériences des ingénieurs que nous avons cités, lorsque l'écoulement avait lieu par des orifices d'une hauteur assez grande par rapport à la charge sur le seuil.

62. *Disposition du frein et données constantes.* Le frein employé aux expériences est celui qui a été décrit au n° 1 et suivans; il était placé dans l'intérieur de l'usine sur l'arbre de la roue hydraulique; son poids, ses dimensions et les autres données de l'expérience sont rapportés plus loin.

La roue hydraulique a 3$^m$,425 de diamètre extérieur, sur une largeur intérieure de 2$^m$,21, mesure prise entre les couronnes; elle porte trente augets dont la capacité, correspondante à la position pour laquelle leur bord est sur l'horizontale passant par l'axe de la roue, est de 0$^{m.c}$,106. La face extérieure des augets est légèrement courbe, ce qui retarde un peu l'époque à laquelle le versement de l'eau peut commencer.

L'arbre de la roue porte deux rouets, l'un qui engrène avec une lanterne à axe horizontal, destinée à transmettre le mouvement à l'arbre vertical

du tarare et de la bluterie, et l'autre qui conduit l'arbre vertical d'une meule à la française, de $1^m,79$ de diamètre. Le second de ces rouets était désengrené pendant les expériences, et le pignon conique monté sur l'axe de la lanterne était aussi isolé de celui de l'arbre vertical du tarare, de sorte que ce rouet ne mettait en mouvement que l'arbre seul de la lanterne, marchant sans charge. Cet arbre, avec sa lanterne et son pignon conique, ne pèse que $125^{kil}$, ses tourillons ont $0^m,05$ de diamètre et tournent sur des coussinets en bronze alimentés d'huile par un godet à mèche. On peut donc estimer le rapport du frottement à la pression à moins de 0,07, de sorte que par révolution, la quantité de travail consommée par le frottement de ces tourillons ne peut être estimé à plus de

$$3,14 \times 0^m 05 \times 0,07 \times 125^{kil} = 1^{km},37.$$

Cet arbre fait sept tours pendant que la roue en fait un, et comme la vitesse de la roue ne s'est presque jamais élevée au-delà d'un tour en $3'',5$, ce qui correspond à deux tours de l'arbre de la lanterne en une seconde, on voit que le frottement de cette pièce sur ses tourillons n'a consommé au plus que $2^{km},74$ par seconde, quantité évidemment négligeable dans toutes les expériences.

Mais il n'en est pas de même du frottement de l'arbre de la roue sur ses tourillons, et dans l'appréciation de la quantité du travail total communiqué par l'eau à la circonférence de la roue, nous avons dû faire entrer le travail consommé par cette résistance, en l'ajoutant à celui qui est mesuré par le frein et qui constitue le travail disponible de la roue.

63. ***Formules employées pour le calcul de l'effet théorique.*** D'après ce qui précède, la dépense d'eau nous était donnée dans chaque expérience par la formule

$$Q = 0,59 \times 1,56 \times e\sqrt{2gH},$$

dans laquelle

$e$ représente l'ouverture de l'orifice, mesurée perpendiculairement à sa direction,

$H$ la charge sur le centre de l'orifice.

L'eau étant conduite de l'orifice à la roue par une buse formant coursier, il est facile de déterminer la vitesse avec laquelle elle atteint la circonférence extérieure de la roue. En effet, un peu au-delà de l'orifice la veine

fluide s'épanouit, sa vitesse se ralentit et devient, comme on sait (*), égale à

$$U = \sqrt{\left(\frac{2gH}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\right)} = 0,81\sqrt{2gH};$$

expression dans laquelle

H représente la charge sur le centre de l'orifice,

$m$ le coëfficient de correction de la dépense théorique.

Cette vitesse est celle du filet moyen dans le profil fait à une fois et demie environ sa plus petite dimension et par suite en un point facile à déterminer. A partir de ce point, le mouvement s'accélère, et en appelant,

H' la pente totale du coursier ou de la buse, jusqu'à son extrémité, on sait encore que la vitesse du filet moyen en ce point a pour expression

$$u = \sqrt{U^2 + 2gH'}.$$

Enfin, depuis l'extrémité de la buse, le filet moyen, sollicité par la pesanteur, décrit une parabole, qu'il est facile de tracer par points, puisque l'on a pour son équation

$$y = \frac{g}{2u^2\cos^2\theta}x^2 + x\,\text{tang}\,\theta,$$

dans laquelle

$\theta = 30°$ est l'inclinaison de la buse sur l'horizontale,

$y$ l'ordonnée verticale et $x$ l'abscisse horizontale de la courbe, à partir du point du filet moyen correspondant à l'extrémité de la buse.

Ce point est facile à déterminer dans chaque cas, à l'aide de la dépense Q du fluide, dont on a la valeur en mètres cubes. En effet, l'aire A de la section d'eau dans la buse est

$$A = \frac{Q}{U},$$

et par suite l'épaisseur E de la lame d'eau est

$$E = \frac{A}{1^m,56};$$

attendu que la largeur de la buse est la même que celle de l'orifice.

La courbe du filet moyen étant construite, il est facile de trouver son point de rencontre avec la circonférence et d'en déduire la valeur de la

(*) Cours de Mécanique appliquée aux machines, par M. Poncelet, 6e section, n° 74.

vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, et qui est

$$V = \sqrt{u^2 + 2gH''},$$

H'' étant la hauteur de ce point de rencontre au-dessous de l'origiue de la courbe déterminée comme ci-dessus.

Puis en menant par ce point une tangente à la courbe du filet moyen, et une autre à la circonférence extérieure de la roue, l'angle $\gamma$, compris entre ces deux droites, sera celui de la vitesse d'arrivée V et de la vitesse $v$ de la circonférence, et si l'on décompose V en deux autres, l'une dans le sens du rayon, l'autre tangente à la circonférence extérieure, la première sera détruite en pure perte par la résistance de la roue, et la seconde seule agira dans le sens du mouvement. On connaîtra donc facilement par le tracé, dans chaque cas, la composante tangentielle $V\cos\gamma$ de la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue.

L'opération que nous venons de détailler a été exécutée pour toutes les séries d'expériences, et a donné dans chaque cas, la valeur de la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue, ainsi que sa direction, et l'on a reconnu que, dans toutes ces séries, l'angle des deux vitesses V et $v$ différait fort peu de 36°. C'est aussi ce qui a été confirmé par l'observation directe, parce que la disposition de l'usine permettait d'observer et de bornoyer avec une règle la direction des filets moyens à leur arrivée sur la roue et de la tracer sur la paroi extérieure du canal, et par suite de la relever directement. Ce tracé, fait pour trois séries, a toujours conduit à la même valeur moyenne de l'angle $\gamma$, que l'on avait déduite de celui de la courbe.

La vitesse $v$ de la roue se déterminait à l'aide d'une montre à secondes mortes, en comptant à plusieurs reprises pendant une même expérience le temps nécessaire pour dix ou vingt tours, et en ne tenant pour bonnes que les expériences où le mouvement était exactement périodique.

La hauteur $h$ du point d'introduction de l'eau au-dessus du bas de la roue est ici égale à son diamètre, ou à 3$^m$,425 : on connaissait donc pour chaque expérience, tous les élémens nécessaires pour calculer la quantité de travail théorique transmise à la roue, et qui est exprimée, comme on sait, par la formule

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

64. ***Formule employée pour le calcul de l'effet utile total déduit de l'expérience.*** La vitesse que le crochet de suspension de la charge du frein tendait à prendre, était facile à déduire du nombre de secondes employées par la roue pour faire dix tours, en se rappelant que ce crochet était à $2^m,53$ de la verticale passant par l'axe de rotation. On avait en effet pour cette vitesse, l'expression

$$\frac{2\pi \times 2^m,51 \times 10}{n} = \frac{158,9}{n}.$$

La charge totale est rapportée dans la 14ᵉ colonne du tableau; il est donc facile d'en déduire l'effet utile mesuré par le frein, ou la quantité de travail disponible.

Pour avoir l'effet utile total, il est nécessaire de joindre au travail précédent celui qui est consommé par le frottement de la roue sur ses tourillons, ou de déterminer, dans chaque cas, l'effort P que l'eau doit exercer à la circonférence de la roue pour soutenir la charge du frein et vaincre ce frottement. Or cet effort est donné par la formule

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho};$$

dans laquelle

F représente la charge totale du frein,

$L = 2^m,53$ la distance horizontale de cette charge à l'axe de la roue,

$f = 0,10$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons en fonte de la roue et leurs coussinets en bronze (ces tourillons graissés d'huile, marchant depuis peu de temps et l'enduit étant un peu épaissi, on a cru devoir assigner cette valeur au rapport $f$),

$N = 5830^{kil}$ le poids total de la roue, de son arbre, des rouets et des ferrures,

$p = 90^{kil}$ la composante du poids du frein,

$\rho = 0^m,046$ le rayon des tourillons de la roue,

$R = 1^m,712$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue.

Connaissant, à l'aide des données de chaque expérience, l'effort P, qui surmonte toutes les résistances, et le multipliant ensuite par la vitesse $v$ de la circonférence extérieure de la roue, qui est celle de son point d'application, on a eu la quantité de travail totale $Pv$ transmise à cette roue et déduite de l'expérience.

65. *Comparaison de l'effet utile total déduit de l'expérience à l'effet théorique.* Pour comparer cet effet utile total de la roue à l'effet théorique, on a, comme pour la roue de Guebviller, recherché la valeur du coëfficient à appliquer au premier terme de la formule théorique, pour tenir compte du versement de l'eau, en admettant que le second réprésentat exactement les effets de la variation de force vive de l'eau depuis son introduction jusqu'à sa sortie. La constance dês valeurs trouvées pour ce coëfficient, montre qu'en effet, toutes les fois que l'eau dépensée est en entier admise sur la roue, il n'y a de correction à faire qu'au premier terme de la formule théorique pour la faire cadrer avec les résultats de l'expérience.

Dans le tableau suivant qui contient les données et les résultats du calcul, on a relaté en outre le volume d'eau qui était admis dans chaque auget, afin de le comparer à celui de la capacité de ces augets qui est de $0^{m.c.}$,106.

*Expériences sur la roue hydraulique à augets du moulin*

| Numéros des séries | Numéros des expériences | Hauteur de l'orifice sur une largeur de 1m,56. | Aire de l'orifice. | Charge d'eau sur le centre de l'orifice. | Poids de l'eau dépensée en une seconde. 1000Q. | Chute totale. | Travail absolu du moteur en une seconde. | Vitesse de la circonférence de la roue en une seconde. v | Vitesse de l'eau affluente en une seconde. V | Rapport de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$ | Volume d'eau introduit dans chaque auget. | Charge Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | lit | kil |
| | 1 | 0,027 | 0,0422 | 0,376 | 67,8 | 4,06 | 276 | 3,464 | 3,125 | 1,12 | » | 2,88 |
| | 2 | 0,027 | 0,0422 | 0,376 | 67,8 | 4,06 | 276 | 3,066 | 3,125 | 0,98 | » | 2,88 |
| | 3 | 0,027 | 0,0422 | 0,376 | 67,8 | 4,06 | 276 | 2,490 | 3,125 | 0,80 | » | 28,58 |
| | 4 | 0,027 | 0,0422 | 0,371 | 67,5 | 4,06 | 273 | 2,291 | 3,105 | 0,74 | » | 28,58 |
| | 5 | 0,027 | 0,0422 | 0,371 | 67,5 | 4,06 | 273 | 2,023 | 3,105 | 0,72 | » | 28,58 |
| | 6 | 0,027 | 0,0422 | 0,371 | 67,5 | 4,06 | 273 | 1,786 | 3,105 | 0,57 | » | 28,58 |
| | 7 | 0,027 | 0,0422 | 0,361 | 66,6 | 4,05 | 269 | 1,589 | 3,090 | 0,51 | 14,8 | 28,58 |
| 1 | 8 | 0,027 | 0,0422 | 0,361 | 66,6 | 4,05 | 269 | 1,495 | 3,090 | 0,48 | 16,0 | 28,58 |
| | 9 | 0,027 | 0,0422 | 0,361 | 66,6 | 4,05 | 269 | 1,345 | 3,090 | 0,43 | 17,8 | 28,58 |
| | 10 | 0,027 | 0,0422 | 0,361 | 66,6 | 4,05 | 269 | 1,195 | 3,090 | 0,39 | 19,8 | 28,58 |
| | 11 | 0,027 | 0,0422 | 0,351 | 65,8 | 4,04 | 266 | 0,996 | 3,065 | 0,32 | 23,8 | 28,58 |
| | 12 | 0,027 | 0,0422 | 0,351 | 65,8 | 4,04 | 266 | 0,896 | 3,065 | 0,29 | 26,3 | 28,58 |
| | 13 | 0,027 | 0,0422 | 0,351 | 65,8 | 4,04 | 266 | 0,864 | 3,065 | 0,28 | 27,2 | 28,58 |
| | 14 | 0,027 | 0,0422 | 0,351 | 65,8 | 4,04 | 266 | » | 3,065 | » | » | 28,58 |
| | 1 | 0,046 | 0,0718 | 0,357 | 111,3 | 4,05 | 451 | 3,712 | 3,085 | 1,20 | » | 2,88 |
| | 2 | 0,046 | 0,0718 | 0,357 | 111,3 | 4,05 | 451 | 3,163 | 3,085 | 1,13 | » | 28,58 |
| | 3 | 0,046 | 0,0718 | 0,357 | 111,3 | 4,05 | 451 | 2,561 | 3,085 | 0,83 | » | 28,58 |
| | 4 | 0,046 | 0,0718 | 0,357 | 111,3 | 4,05 | 451 | 2,335 | 3,085 | 0,76 | » | 28,58 |
| | 5 | 0,046 | 0,0718 | 0,357 | 111,3 | 4,05 | 451 | 1,991 | 3,085 | 0,64 | 20,0 | 28,58 |
| 2 | 6 | 0,046 | 0,0718 | 0,352 | 110,5 | 4,05 | 450 | 1,851 | 3,075 | 0,60 | 21,4 | 28,58 |
| | 7 | 0,046 | 0,0718 | 0,352 | 110,5 | 4,05 | 450 | 1,625 | 3,075 | 0,52 | 24,4 | 28,58 |
| | 8 | 0,046 | 0,0718 | 0,342 | 108,5 | 4,04 | 440 | 1,409 | 3,055 | 0,46 | 27,4 | 28,58 |
| | 9 | 0,046 | 0,0718 | 0,332 | 107,0 | 4,03 | 432 | 1,237 | 3,035 | 0,40 | 31,0 | 28,58 |
| | 10 | 0,046 | 0,0718 | 0,317 | 104,6 | 4,01 | 420 | 1,280 | 3,005 | 0,42 | 29,5 | 28,58 |

*de Senelles, près Longwy.* (Département de la Moselle.)

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendoit à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{10000}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Qh. | $\frac{10000}{g} \times (V\cos\gamma - v)v$. | Pv. | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 2,88 | 5,118 | 15 | 55 | 70 | 231 | − 17,50 | 213,4 | 0,38 | 0,05 | $m = 0,59$. |
| 5 | 7,88 | 4,530 | 36 | 49 | 85 | 231 | − 11,50 | 219,5 | 0,42 | 0,13 | |
| » | 28,58 | 3,688 | 103 | 41 | 144 | 231 | 0,70 | 231,7 | 0,63 | 0,38 | |
| 10 | 38,58 | 3,386 | 131 | 37 | 168 | 232 | 3,70 | 235,7 | 0,71 | 0,50 | |
| 20 | 48,58 | 2,988 | 145 | 32 | 177 | 232 | 6,90 | 238,9 | 0,74 | 0,53 | Toute l'eau est admise dans la roue. |
| 30 | 58,58 | 2,639 | 155 | 28 | 183 | 232 | 9,00 | 232,9 | 0,72 | 0,57 | Idem. |
| 40 | 68,58 | 2,368 | 162 | 23 | 185 | 228 | 9,90 | 237,9 | 0,77 | 0,61 | Idem. |
| 50 | 78,58 | 2,209 | 174 | 23 | 197 | 228 | 10,20 | 238,2 | 0,81 | 0,64 | Idem. |
| 60 | 88,58 | 1,987 | 176 | 21 | 197 | 228 | 10,30 | 238,3 | 0,81 | 0,65 | Idem. |
| 70 | 98,58 | 1,764 | 174 | 19 | 193 | 228 | 10,30 | 238,3 | 0,81 | 0,64 | Idem. |
| 80 | 108,58 | 1,472 | 160 | 15 | 175 | 224 | 9,95 | 233,9 | 0,74 | 0,60 | Idem. |
| 90 | 118,58 | 1,324 | 157 | 14 | 171 | 224 | 9,55 | 233,5 | 0,72 | 0,59 | Idem. |
| 110 | 138,58 | 1,276 | 177 | 13 | 191 | 224 | 9,35 | 233,3 | 0,84 | 0,66 | Idem. |
| 136 | 164,58 | » | » | » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,773 | 0,63 | |
| » | 2,88 | 5,484 | 16 | 59 | 75 | 381 | − 51,00 | 330,0 | 0,34 | 0,04 | $m = 0,59$. |
| » | 28,58 | 4,671 | 143 | 40 | 183 | 381 | − 23,80 | 357,2 | 0,54 | 0,32 | |
| 20 | 48,58 | 3,783 | 184 | 40 | 224 | 381 | − 1,70 | 379,3 | 0,59 | 0,41 | |
| 40 | 68,58 | 3,449 | 237 | 36 | 273 | 381 | 4,25 | 385,2 | 0,71 | 0,53 | |
| 60 | 88,58 | 2,940 | 260 | 31 | 291 | 381 | 11,35 | 399,3 | 0,74 | 0,59 | Toute l'eau est admise dans la roue. |
| 70 | 98,58 | 2,734 | 269 | 29 | 298 | 378 | 11,20 | 389,2 | 0,76 | 0,60 | Idem. |
| 85 | 113,58 | 2,400 | 273 | 25 | 298 | 378 | 15,90 | 393,9 | 0,74 | 0,61 | Idem. |
| 100 | 128,58 | 2,082 | 268 | 21 | 289 | 373 | 16,60 | 389,6 | 0,75 | 0,61 | Idem. |
| 125 | 153,58 | 1,828 | 281 | 19 | 300 | 368 | 16,40 | 384,4 | 0,78 | 0,66 | Idem. |
| 111 | 139,58 | 1,891 | 264 | 19 | 283 | 360 | 15,80 | 375,8 | 0,74 | 0,63 | Idem. |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,752 | 0,62 | |

Suite des *Expériences sur la roue hydraulique à augets du*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,56. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$ | VOLUME d'eau introduit dans chaque auget. | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | lit | kil |
| | 1 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 3,066 | 2,615 | 1,18 | » | 28,58 |
| | 2 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 2,625 | 2,615 | 1,02 | » | 28,58 |
| | 3 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 2,152 | 2,615 | 0,83 | 24,7 | 28,58 |
| | 4 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,991 | 2,615 | 0,76 | 26,7 | 28,58 |
| | 5 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,764 | 2,615 | 0,67 | 30,0 | 28,58 |
| | 6 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,625 | 2,615 | 0,62 | 31,8 | 28,58 |
| 3 | 7 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,409 | 2,615 | 0,54 | 37,5 | 28,58 |
| | 8 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,312 | 2,615 | 0,50 | 40,5 | 28,58 |
| | 9 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,205 | 2,615 | 0,46 | 44,0 | 28,58 |
| | 10 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,108 | 2,615 | 0,42 | 48,0 | 28,58 |
| | 11 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 1,024 | 2,615 | 0,39 | 50,0 | 28,58 |
| | 12 | 0,065 | 0,1015 | 0,148 | 91,9 | 3,86 | 355 | 0,927 | 2,615 | 0,36 | 57,2 | 28,58 |
| | 1 | 0,080 | 0,1248 | 0,176 | 137,0 | 3,89 | 485 | 3,260 | 2,685 | 1,21 | » | 28,58 |
| | 2 | 0,080 | 0,1248 | 0,176 | 137,0 | 3,89 | 485 | 3,002 | 2,685 | 1,12 | » | 28,58 |
| | 3 | 0,080 | 0,1248 | 0,181 | 139,0 | 3,94 | 546 | 3,830 | 2,690 | 1,02 | » | 28,58 |
| | 4 | 0,080 | 0,1248 | 0,181 | 139,0 | 3,94 | 546 | 2,442 | 2,690 | 0,91 | » | 28,58 |
| | 5 | 0,080 | 0,1248 | 0,181 | 139,0 | 3,94 | 546 | 2,291 | 2,690 | 0,85 | 21,7 | 28,58 |
| | 6 | 0,080 | 0,1248 | 0,176 | 137,0 | 3,89 | 485 | 2,023 | 2,685 | 0,75 | 24,2 | 28,58 |
| 4 | 7 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,915 | 2,670 | 0,73 | 25,2 | 28,58 |
| | 8 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,700 | 2,670 | 0,63 | 28,3 | 28,58 |
| | 9 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,625 | 2,670 | 0,61 | 29,6 | 28,58 |
| | 10 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,495 | 2,670 | 0,56 | 32,2 | 28,58 |
| | 11 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,409 | 2,670 | 0,52 | 34,2 | 28,58 |
| | 12 | 0,080 | 0,1248 | 0,171 | 135,0 | 3,84 | 538 | 1,248 | 2,670 | 0,47 | 38,7 | 28,58 |
| | 13 | 0,080 | 0,1248 | 0,166 | 133,0 | 3,79 | 510 | 1,183 | 2,660 | 0,44 | 40,4 | 28,58 |

*moulin de Senelles, près Longwy.* (Département de la Moselle.)

| DU FREIN. | | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. | | | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible ou travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variable. | Totale. P | | | | | 1000 Qh. | $1000Q : g \times (V\cos\gamma - v)v$. | Pv. | | | |
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 28,58 | 4,530 | 129 | 49 | 178 | 314,76 | − 27,7 | 287,0 | 0,65 | 0,36 | $m = 0{,}59$. |
| 20 | 48,58 | 3,878 | 188 | 41 | 229 | 314,76 | − 11,8 | 303,0 | 0,76 | 0,53 | |
| 40 | 68,58 | 3,179 | 218 | 34 | 252 | 314,76 | − 0,2 | 315,0 | 0,80 | 0,62 | Il rejaillit fort peu d'eau. |
| 50 | 78,58 | 2,941 | 231 | 30 | 261 | 314,76 | 2,8 | 317,0 | 0,83 | 0,65 | L'eau entre toute dans la roue. |
| 60 | 88,58 | 2,607 | 231 | 27 | 258 | 314,76 | 5,4 | 320,0 | 0,81 | 0,65 | Idem. |
| 75 | 103,58 | 2,400 | 249 | 25 | 274 | 314,76 | 7,8 | 323,0 | 0,85 | 0,70 | Idem. |
| 90 | 118,58 | 2,082 | 247 | 21 | 268 | 314,76 | 9,7 | 324,0 | 0,83 | 0,70 | Idem. |
| 100 | 128,58 | 1,939 | 249 | 20 | 269 | 314,76 | 10,2 | 325,0 | 0,83 | 0,71 | Idem. |
| 117 | 145,58 | 1,780 | 259 | 18 | 277 | 314,76 | 10,6 | 325,0 | 0,84 | 0,73 | Idem. |
| 131 | 159,58 | 1,637 | 261 | 17 | 278 | 314,76 | 10,7 | 325,0 | 0,84 | 0,74 | Idem. |
| 151 | 179,58 | 1,513 | 272 | 15 | 287 | 314,76 | 10,7 | 325,0 | 0,88 | 0,77 | Idem. |
| 171 | 199,58 | 1,370 | 273 | 14 | 287 | 314,76 | 10,4 | 325,0 | 0,88 | 0,77 | Idem. |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,839 | 0,70 | |
| 2 | 28,58 | 4,816 | 138 | 51 | 189 | 472,00 | − 49,5 | 422,5 | 0,51 | 0,28 | $m = 0{,}59$. |
| 20 | 48,58 | 4,435 | 215 | 47 | 262 | 472,00 | − 34,5 | 437,5 | 0,63 | 0,45 | |
| 40 | 68,58 | 4,180 | 287 | 44 | 331 | 478,00 | − 26,1 | 451,9 | 0,75 | 0,52 | |
| 60 | 88,58 | 3,608 | 320 | 37 | 357 | 478,00 | − 9,1 | 468,9 | 0,77 | 0,58 | Il rejaillit fort peu d'eau. |
| 70 | 98,58 | 3,084 | 333 | 36 | 369 | 478,00 | − 3,5 | 474,5 | 0,78 | 0,61 | Idem. |
| 85 | 113,58 | 2,988 | 338 | 31 | 369 | 472,00 | 4,5 | 477,5 | 0,77 | 0,70 | L'eau entre toute dans la roue. |
| 95 | 123,58 | 2,829 | 348 | 29 | 377 | 465,00 | 6,6 | 473,0 | 0,80 | 0,65 | Idem. |
| 110 | 138,58 | 2,511 | 348 | 26 | 374 | 465,00 | 10,7 | 476,0 | 0,78 | 0,65 | Idem. |
| 120 | 148,58 | 2,400 | 357 | 24 | 381 | 465,00 | 12,0 | 477,0 | 0,80 | 0,66 | Idem. |
| 131 | 159,58 | 2,209 | 353 | 22 | 375 | 465,00 | 13,8 | 479,0 | 0,76 | 0,65 | Idem. |
| 141 | 169,58 | 2,082 | 353 | 21 | 374 | 465,00 | 14,6 | 480,0 | 0,77 | 0,66 | Idem. |
| 156 | 184,58 | 1,844 | 340 | 19 | 359 | 465,00 | 15,6 | 481,0 | 0,74 | 0,63 | Idem. |
| 171 | 199,58 | 1,747 | 349 | 17 | 366 | 458,00 | 15,2 | 473,0 | 0,77 | 0,68 | Idem. |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,780 | 0,65 | |

13

Suite des *Expériences sur la roue hydraulique à augets du*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,56. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$ | VOLUME d'eau introduit dans chaque auget. | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | lil | kil |
| | 1 | 0,095 | 1,483 | 0,195 | 171 | 3,92 | 670 | 3,357 | 2,730 | 1,22 | » | 28,58 |
| | 2 | 0,095 | 1,483 | 0,190 | 169 | 3,91 | 661 | 3,163 | 2,715 | 1,16 | » | 28,58 |
| | 3 | 0,095 | 1,483 | 0,190 | 169 | 3,91 | 661 | 2,905 | 2,715 | 1,07 | » | 28,58 |
| | 4 | 0,095 | 1,483 | 0,185 | 166 | 3,91 | 650 | 2,690 | 2,700 | 1,00 | » | 28,58 |
| | 5 | 0,095 | 1,483 | 0,185 | 166 | 3,91 | 650 | 2,490 | 2,700 | 0,92 | » | 28,58 |
| | 6 | 0,095 | 1,483 | 0,185 | 166 | 3,91 | 650 | 2,238 | 2,700 | 0,83 | 26,3 | 28,58 |
| | 7 | 0,095 | 1,483 | 0,185 | 166 | 3,91 | 650 | 2,152 | 2,700 | 0,79 | 27,5 | 28,58 |
| 5 | 8 | 0,095 | 1,483 | 0,180 | 164 | 3,90 | 640 | 1,947 | 2,690 | 0,74 | 28,2 | 28,58 |
| | 9 | 0,095 | 1,483 | 0,180 | 164 | 3,90 | 640 | 1,786 | 2,690 | 0,67 | 32,8 | 28,58 |
| | 10 | 0,095 | 1,483 | 0,180 | 164 | 3,90 | 640 | 1,732 | 2,690 | 0,63 | 33,8 | 28,58 |
| | 11 | 0,095 | 1,483 | 0,170 | 160 | 3,89 | 624 | 1,625 | 2,670 | 0,61 | 35,2 | 28,58 |
| | 12 | 0,095 | 1,483 | 0,170 | 160 | 3,89 | 624 | 1,539 | 2,670 | 0,58 | 37,2 | 28,58 |
| | 13 | 0,095 | 1,483 | 0,165 | 158 | 3,89 | 615 | 1,377 | 2,650 | 0,52 | 41,0 | 28,58 |
| | 14 | 0,095 | 1,483 | 0,165 | 158 | 3,89 | 615 | 1,248 | 2,650 | 0,47 | 45,1 | 28,58 |
| | 15 | 0,095 | 1,483 | 0,160 | 155 | 3,88 | 601 | 1,130 | 2,635 | 0,43 | 49,2 | 28,58 |
| | 1 | 0,105 | 1,640 | 0,171 | 174 | 3,90 | 680 | 3,357 | 2,670 | 1,23 | » | 28,58 |
| | 2 | 0,105 | 1,640 | 0,171 | 174 | 3,90 | 680 | 3,142 | 2,670 | 1,18 | » | 28,58 |
| | 3 | 0,105 | 1,640 | 0,176 | 176 | 3,91 | 690 | 3,002 | 2,685 | 1,12 | » | 28,58 |
| | 4 | 0,105 | 1,640 | 0,176 | 176 | 3,91 | 690 | 2,830 | 2,685 | 1,06 | » | 28,58 |
| | 5 | 0,105 | 1,640 | 0,166 | 171 | 3,89 | 665 | 2,442 | 2,660 | 0,92 | 25,0 | 28,58 |
| | 6 | 0,105 | 1,640 | 0,166 | 171 | 3,89 | 665 | 2,152 | 2,660 | 0,81 | 28,5 | 28,58 |
| 6 | 7 | 0,105 | 1,640 | 0,166 | 171 | 3,89 | 665 | 1,818 | 2,660 | 0,69 | 33,6 | 28,58 |
| | 8 | 0,105 | 1,640 | 0,162 | 169 | 3,89 | 660 | 1,657 | 2,650 | 0,63 | 36,6 | 28,58 |
| | 9 | 0,105 | 1,640 | 0,162 | 169 | 3,89 | 660 | 1,571 | 2,650 | 0,59 | 38,9 | 28,58 |
| | 10 | 0,105 | 1,640 | 0,156 | 165 | 3,88 | 642 | 1,377 | 2,635 | 0,52 | 43,0 | 28,58 |
| | 11 | 0,105 | 1,640 | 0,166 | 171 | 3,89 | 665 | 1,269 | 2,660 | 0,47 | 48,4 | 28,58 |
| | 12 | 0,105 | 1,640 | 0,166 | 171 | 3,89 | 665 | 1,076 | 2,660 | 0,41 | 57,0 | 28,58 |

*moulin de Senelles, près Longwy.* (Département de la Moselle.)

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. P | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000Qh. | $1000Q:g \times (V\cos\gamma - v)v$. | Pv. | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 28,58 | 4,959 | 142 | 53 | 195 | 587 | − 67,0 | 520 | 0,50 | 0,21 | $m = 0{,}59$. |
| 20,00 | 48,58 | 4,673 | 227 | 50 | 277 | 580 | − 52,0 | 528 | 0,62 | 0,34 | |
| 40,00 | 68,58 | 4,292 | 294 | 45 | 339 | 580 | − 35,0 | 545 | 0,65 | 0,45 | |
| 60,00 | 88,58 | 3,974 | 352 | 42 | 394 | 369 | − 23,0 | 546 | 0,73 | 0,54 | |
| 70,00 | 98,58 | 3,688 | 364 | 37 | 401 | 569 | − 13,0 | 556 | 0,73 | 0,56 | |
| 85,00 | 113,58 | 3,306 | 375 | 35 | 410 | 569 | − 2,0 | 567 | 0,72 | 0,58 | |
| 95,00 | 123,58 | 3,179 | 393 | 33 | 426 | 569 | 1,0 | 570 | 0,75 | 0,60 | Toute l'eau est admise dans la roue |
| 110,00 | 138,58 | 2,877 | 399 | 29 | 428 | 564 | 7,0 | 571 | 0,75 | 0,62 | Idem. |
| 120,00 | 148,58 | 2,638 | 392 | 27 | 419 | 564 | 11,0 | 575 | 0,73 | 0,61 | Idem. |
| 131,00 | 159,58 | 2,559 | 409 | 26 | 435 | 564 | 13,0 | 577 | 0,75 | 0,64 | Idem. |
| 141,00 | 169,58 | 2,400 | 407 | 25 | 432 | 550 | 14,0 | 564 | 0,76 | 0,67 | Idem. |
| 156,00 | 184,58 | 2,273 | 420 | 23 | 443 | 550 | 16,0 | 566 | 0,78 | 0,67 | Idem. |
| 166,00 | 194,58 | 2,034 | 396 | 20 | 416 | 542 | 17,0 | 559 | 0,74 | 0,64 | Idem. |
| 188,95 | 217,53 | 1,844 | 401 | 19 | 420 | 542 | 18,0 | 560 | 0,72 | 0,65 | Idem. |
| 207,00 | 235,58 | 1,669 | 393 | 17 | 410 | 533 | 16,0 | 549 | 0,72 | 0,65 | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,744 | 0,64 | |
| » | 28,58 | 4,959 | 142 | 53 | 195 | 595 | − 46,0 | 549 | 0,45 | 0,21 | $m = 0{,}56$. |
| 20,00 | 48,58 | 4,641 | 226 | 49 | 275 | 595 | − 38,0 | 557 | 0,52 | 0,33 | |
| 40,00 | 68,58 | 4,435 | 304 | 47 | 351 | 602 | − 32,0 | 570 | 0,62 | 0,44 | |
| 60,00 | 88,58 | 4,180 | 370 | 44 | 414 | 602 | − 22,0 | 580 | 0,70 | 0,54 | |
| 85,00 | 113,58 | 3,608 | 410 | 37 | 447 | 586 | − 12,0 | 574 | 0,78 | 0,62 | Presque toute l'eau est admise dans la roue. |
| 110,00 | 138,58 | 3,179 | 441 | 32 | 473 | 586 | 0,0 | 586 | 0,81 | 0,67 | Toute l'eau est admise dans la roue |
| 134,00 | 162,58 | 2,686 | 437 | 27 | 464 | 586 | 10,0 | 597 | 0,78 | 0,66 | Idem. |
| 149,00 | 177,58 | 2,448 | 435 | 25 | 460 | 580 | 14,0 | 594 | 0,75 | 0,66 | Idem. |
| 160,95 | 189,33 | 2,321 | 439 | 24 | 463 | 580 | 14,0 | 594 | 0,77 | 0,67 | Idem. |
| 181,75 | 210,33 | 2,034 | 428 | 20 | 448 | 567 | 17,0 | 584 | 0,75 | 0,67 | Idem. |
| 200,00 | 228,33 | 1,876 | 428 | 19 | 447 | 586 | 19,5 | 605 | 0,73 | 0,64 | Idem. |
| 215,75 | 244,33 | 1,589 | 388 | 16 | 404 | 586 | 20,0 | 606 | 0,74 | 0,58 | Idem. |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,764 | 0,65 | |

66. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit que, dans les premières expériences de chaque série, la vitesse de la roue était plus grande de celle de l'eau affluente, ce qui occasionnait un choc de la face de l'auget contre la veine fluide, et la projection d'une partie notable du liquide, qui par suite n'exerçait aucune action sur la roue. Cet effet diminuait avec la vitesse de la roue, et disparaissait tout-à-fait dès qu'elle était inférieure à celle de l'eau affluente. Il était d'ailleurs facile de l'observer directement, et nous avons pu noter l'instant où l'eau était entièrement introduite dans la roue, et l'indiquer dans la colonne d'observations.

Ce n'est que pour les expériences où cette condition était satisfaite, que la comparaison de l'effet utile total à l'effet théorique est intéressante, et que l'on peut en déduire la valeur du coëfficient de correction à appliquer au premier terme de la formule

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

Les valeurs trouvées pour ce coëfficient dans chaque série et d'une série à l'autre, offrent entr'elles un accord bien remarquable, puisque sa valeur moyenne, déduite d'une même série, ne s'écarte guère que de $\frac{1}{20}$ au plus de la plus grande et de la plus petite, et que la valeur moyenne générale déduite de la comparaison des moyennes des diverses séries, ne s'écarte pas de plus de $\frac{1}{18}$ de chacune de ces moyennes.

Si l'on remarque que les résultats dépendent de l'observation simultanée de plusieurs quantités dont il est bien difficile, par les moyens employés dans les levers, d'obtenir la valeur à $\frac{1}{20}$ près, on admettra, sans peine, que les différences obtenues doivent être en grande partie attribuées aux erreurs d'observation.

Les valeurs moyennes du coëfficient cherché sont, pour la

| | |
|---|---|
| 1re série | 0,773 |
| 2e série | 0,752 |
| 3e série | 0,839 |
| 4e série | 0,780 |
| 5e série | 0,744 |
| 6e série | 0,764 |
| La valeur moyenne générale est... | 0,775 |

et par conséquent les résultats de ces expériences seront représentés avec une exactitude bien suffisante pour la pratique, par la formule

$$Pv = 0{,}775\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

On observera que dans toutes les expériences le volume d'eau introduit dans chaque auget n'a jamais dépassé la moitié de sa capacité totale, égale à $0^{m.c.},106$, comme il a été dit au n° 39. On voit en effet, par l'inspection de la onzième colonne, que ce volume n'a jamais atteint qu'une fois 57 litres. Ce n'est que dans des circonstances analogues que l'on pourra employer la formule pratique ci-dessus, puisque le versement de l'eau commençant d'autant plus tôt que les augets sont plus pleins, il est évident que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique doit varier au-delà de certaines limites.

La grandeur de l'angle $\gamma$ que la vitesse d'arrivée de l'eau fait avec la tangente à la circonférence de la roue, est un défaut que l'on aurait dû éviter, attendu que la composante normale $V\sin\gamma$ de cette vitesse est totalement détruite par la résistance de la roue, et qu'il résulte de cette disposition une perte de force vive ou de travail.

67. *Les variations de la vitesse de la roue ont, entre certaines limites, peu d'influence sur l'effet utile.* Quant au terme $\frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$ relatif à la quantité de travail correspondante à la variation de force vive de l'eau depuis son introduction jusqu'à sa sortie ; on voit, dans chaque série, qu'il n'a presque jamais une valeur qui dépasse $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{16}$ de celle du premier terme $1000\,Qh$, et comme il est seul fonction des vitesses $V$ et $v$, il s'ensuit que les variations de valeur de ces deux quantités, ne peuvent avoir une influence notable sur les résultats. C'est ce que l'expérience confirme tout-à-fait, puisque le rapport des vitesses $\frac{v}{V}$ ayant varié dans nos expériences depuis 0,80 jusqu'à 0,36 dans chaque série, le coëfficient de correction du terme $1000\,Qh$ n'en a pas moins conservé des valeurs à peu-près constantes.

Il suit donc encore de ces expériences, que les roues à augets sont susceptibles de varier de vitesse entre des limites très-étendues, sans que pour cela leur effet utile diminue.

La vitesse absolue de la circonférence de la roue ayant dépassé $2^{m},30$ par

seconde, sans que la force centrifuge ait exercé sur le versement de l'eau une influence capable de diminuer d'une manière sensible l'effet utile, on voit que, pour des roues de dimensions analogues à celle-ci, on peut, sans inconvéniens, atteindre cette vitesse, et comme, dans les mêmes circonstances, la vitesse d'arrivée de l'eau était d'environ $3^{m}$ par seconde, ce qui correspond à une hauteur génératrice de $0^{m},46$, il s'ensuit que dans ces roues la hauteur du niveau peut aussi, sans inconvéniens, s'élever à $0^{m},50$ ou $0^{m},55$ au-dessus du sommet de la roue ou du point où elle l'atteint, par suite des pertes inévitables de vitesse, depuis l'orifice jusqu'à la roue.

68. *Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.* Nous avons dû tenir compte dans l'appréciation de l'effet utile de cette roue de la quantité de travail consommée par le frottement sur ses tourillons; mais l'effet, réellement utile pour les fabrications, se réduisant à la quantité de travail disponible mesurée par le frein, tandis que le travail dépensé pour le produire est ce que nous avons appelé le travail absolu du moteur, nous avons recherché le rapport de la première de ces quantités à la seconde, et l'on voit, par le tableau, qu'il est moyennement égal à

$$0,65.$$

Ainsi cette roue, déduction faite des résistances passives, rend en travail disponible les 0,65 du travail absolu fourni par le moteur.

69. *Observations faites sur la mouture à la grosse.* Après avoir terminé les expériences sur la roue hydraulique, on a fait une observation sur la mouture de la farine opérée par ce tournant de moulin, et nous allons en rapporter les résultats.

La meule de $5^{pi}\,6^{po} = 1^{m},78$ de diamètre faisant soixante-dix tours par minute, la roue hydraulique fait uu tour en 6″ ou 10 tours par minute. La farine moulue était destinée au service de la manutention des vivres de la garnison de Longwy; le blé était de bonne qualité, à petits grains durs, et de la récolte de 1833. La farine était blutée à l'étamine, et le produit d'un sac de blé de $80^{kil}$ était en farine de $71^{kil}$

| | |
|---|---|
| son de | 6 |
| déchet de | 3 |
| Total | 80 |

Les meules étaient fraichement repiquées à coups perdus.

L'observation de la quantité de mouture faite, a donné pour résultats $1600^{\text{kil}}$ de blé moulus en 13 heures 30′, ce qui revient à $118^{\text{kil}},50$ par heure ou à $0^{\text{kil}},33$ par seconde.

Les données relatives à la roue hydraulique étaient les suivantes :

| | |
|---|---|
| Hauteur de l'orifice | $0^{\text{m}},060$ |
| Charge sur le centre de l'orifice | 0,175 |
| Largeur de l'orifice | 1,560 |
| Poids d'eau dépensé en une seconde | $1000\,Q = 102^{\text{kil}}$ |
| Chute totale | $3^{\text{m}},880$ |
| Vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue | $V = 2,680$ |
| Composante de cette vitesse tangentiellement à la circonférence | $V\cos\gamma = 2,170$ |
| Nombre de tours de la roue en une minute | 10 |
| Vitesse à la circonférence de la roue | $v = 1^{\text{m}},790$ |

Effet utile ou travail total transmis à la circonférence de la roue

$$Pv = 775Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v = 278^{\text{k.m}},8 \ldots\ldots 278^{\text{k.m}},8 = 3^{\text{chx}},72$$

Quantité de travail consommé par le frottement de la roue sur ses tourillons ........................ $27^{\text{k.m}}$

Quantité de travail disponible à la circonf. du rouet en 1″. $251^{\text{k.m}},8$ ou $3^{\text{chx}},34$

La quantité de blé moulu dans le même temps est de $0^{\text{kil}},33$; par conséquent il faut, par kilogramme de blé à moudre, transmettre à l'arbre de la meule volante une quantité de travail de

$$\frac{251^{\text{k.m}},8}{0,33} = 7625^{\text{k.m}}.$$

On observera que la mouture dont il s'agit ici est la mousture rustique ou à la grosse, et que c'est celle qui consomme le plus de travail, attendu que les meules sont très-près l'une de l'autre, et qu'on cherche à diviser les sons de manière à en laisser le plus possible dans la farine. On peut donc regarder le résultat de cette observation comme une limite supérieure de la quantité de travail à transmettre à l'axe des meules, pour moudre à la grosse et bluter les produits.

# CHAPITRE HUITIÈME.

---

## EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE L'AIGUISERIE DE FLEUR-MOULIN, DÉPARTEMENT DE LA MOSELLE (*).

70. *Description sommaire.* L'usine de Fleur-Moulin, sur le Rudemack, département de la Moselle, se composait en 1834 d'un moulin à farine, à trois tournans, et d'une aiguiserie pour les pointes dites de Paris. C'est sur la roue de celle-ci qu'ont été faites les expériences suivantes, à l'automne de cette année.

La roue, en bois, avait vingt-quatre augets en tôle, de $0^m,004$ d'épaisseur et en forme d'arcs de cercle de $0^m,325$ de rayon, tangens à la circonférence extérieure de la roue (Pl. III, Fig. 2). Elle avait $2^m,28$ de diamètre et recevait l'eau par un canal rectiligne, à-peu-près horizontal, fermé à son extrémité par une vanne de même largeur reposant sur son fond, de sorte qu'il n'y avait de contraction que sur le côté supérieur de l'orifice, mais comme l'aire de l'orifice a été, dans presque toutes les expériences, comparable à celle de la section d'eau dans le canal, il sera nécessaire d'y avoir égard comme nous allons le voir.

Le frein employé aux expériences était celui que nous avons décrit au n° 1 et suivans, et il était placé sur l'arbre même de la roue hydraulique, qui avait été isolé de toutes les communications de mouvement à l'intérieur de l'usine.

71. *Formule employée pour le calcul de la dépense d'eau.* Pour calculer la dépense d'eau faite par l'orifice, nous avons employé la formule connue

$$Q = mA\sqrt{\left(\frac{2gH}{1-\frac{A^2}{O^2}}\right)}$$

dans laquelle on représente par

A l'aire de l'orifice,

O l'aire de la section d'eau dans le canal $= 0^{mq},2075$,

---

(*) Ces expériences ont été faites avec le concours de M. de Pontbriant, ancien élève de l'école Polytechnique, de M. Glavet fils et de M. Emile Bouchotte, propriétaire de l'usine, à la complaisance duquel nous avons dû toutes les facilités désirables.

H la charge d'eau sur le centre de l'orifice,

$m$ le coëfficient de la dépense déterminé d'après les résultats des expériences connues, et en ayant égard à la suppression de la contraction sur trois côtés. Les valeurs de ce coëfficient, ainsi que la formule de la dépense employées pour chaque série, sont indiquées dans la colonne d'observations.

72. *Formule employée pour calculer l'effet utile total.* La roue étant isolée de toutes les autres pièces de communication de mouvement, il n'y avait à joindre au travail disponible, mesuré par le frein, que celui qui était consommé par le frottement des tourillons de cette roue. On y est parvenu en suivant la même marche que pour la roue du moulin de Senelles, et, en conservant les mêmes notations qu'au n° 45, nous avons eu la même relation

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho};$$

expression dans laquelle nous avons, pour le cas actuel,
$L = 2^m,53$, $R = 1^m,14$, $f = 0,08$, $\rho = 0^m,0525$, $N = 3525^{kil}$, $p = 90^{kil}$,
et qui devient, par la substitution de ces données,

$$P = 13^{kil},36 + 2,24F.$$

73. *Comparaison des résultats de l'expérience et de la théorie.* En multipliant cette valeur de l'effort moyen transmis à la circonférence extérieure de la roue par la vitesse $v$ de cette circonférence, nous avons obtenu le travail total utilisé par la roue, puis nous l'avons comparé au résultat fourni, dans les mêmes circonstances, par la formule théorique

$$Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V - v)v.$$

L'eau atteignant, dans toutes les expériences, la circonférence extérieure de la roue vers son sommet, il a été très-facile de déterminer sa vitesse d'arrivée V, qui faisait d'ailleurs avec la vitesse $v$ un angle assez petit pour que son cosinus pût être pris égal à l'unité; $h$ était égal au diamètre $2^m,28$ de la roue.

74. *Comparaison des résultats de l'expérience et de la théorie.* Les résultats de l'expérience et de la théorie sont consignés au tableau suivant.

***Expériences** sur la roue hydraulique à augets de*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 0m,929. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q. | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V | RAPPORT de la vitesse de la circonférence à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$ | VOLUME d'eau introduit dans chaque auget. | CHARGE Constante. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | lit | kil |
| 1 | 1 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 2,65 | 2,36 | 1,12 | 7,50 | 11,86 |
| | 2 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 2,04 | 2,36 | 0,86 | 8,80 | 11,86 |
| | 3 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 1,70 | 2,36 | 0,72 | 11,60 | 11,86 |
| | 4 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 1,46 | 2,36 | 0,62 | 13,60 | 11,86 |
| | 5 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 1,28 | 2,36 | 0,54 | 15,50 | 37,61 |
| | 6 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 1,19 | 2,36 | 0,51 | 16,70 | 37,61 |
| | 7 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | 1,08 | 2,36 | 0,43 | 18,40 | 37,61 |
| | 8 | 0,050 | 0,0464 | 0,209 | 66,40 | 2,56 | 170 | » | 2,36 | » | » | 37,61 |
| 2 | 1 | 0,075 | 0,0697 | 0,197 | 102,00 | 2,56 | 260 | 2,75 | 2,36 | 1,16 | 11,05 | 11,86 |
| | 2 | 0,075 | 0,0697 | 0,197 | 102,00 | 2,56 | 260 | 2,47 | 2,36 | 1,04 | 12,60 | 11,86 |
| | 3 | 0,075 | 0,0697 | 0,197 | 102,00 | 2,56 | 260 | 1,84 | 2,36 | 0,78 | 16,60 | 37,61 |
| | 4 | 0,075 | 0,0697 | 0,197 | 102,00 | 2,56 | 260 | 1,56 | 2,36 | 0,66 | 19,50 | 37,61 |
| | 5 | 0,075 | 0,0697 | 0,197 | 102,00 | 2,56 | 260 | 1,33 | 2,36 | 0,56 | 22,80 | 37,61 |
| | 6 | 0,075 | 0,0697 | 0,191 | 100,00 | 2,56 | 257 | 1,12 | 2,34 | 0,48 | 24,10 | 37,61 |
| 3 | 1 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 2,65 | 2,36 | 1,12 | 13,50 | 11,86 |
| | 2 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 2,55 | 2,36 | 1,08 | 14,20 | 11,86 |
| | 3 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 2,10 | 2,36 | 0,89 | 17,60 | 37,61 |
| | 4 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 1,78 | 2,36 | 0,75 | 20,40 | 37,61 |
| | 5 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 1,63 | 2,36 | 0,69 | 22,20 | 37,61 |
| | 6 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 1,33 | 2,36 | 0,56 | 27,30 | 37,61 |
| | 7 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | 1,24 | 2,36 | 0,53 | 29,30 | 37,61 |
| | 8 | 0,100 | 0,0929 | 0,183 | 121,50 | 2,56 | 310 | » | 2,36 | » | » | 37,61 |

*l'aiguiserie de Fleur-Moulin.* (Département de la Moselle.)

| DU FREIN. Variable. | DU FREIN. Totale. F | VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde. | EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde. | TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde. | EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde. | EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V - v)v$. 1000Qh. | $1000Q : g \times (V - v)v$. | Pv. | COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique. | RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur. | OBSERVATIONS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| kil | kil. | m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | k.m | | | |
| » | 11,86 | 5,83 | 69 | 33 | 102 | 151 | − 4,72 | 146,0 | 0,71 | 0,41 | $m = 0,71$. |
| 10 | 21,86 | 4,41 | 96 | 29 | 117 | 151 | 4,40 | 155,0 | 0,83 | 0,57 | $Q = 0,72A$ |
| 15 | 26,86 | 3,75 | 101 | 24 | 125 | 151 | 7,52 | 148,0 | 0,78 | 0,73 | $\times \sqrt{2gH}$. |
| 20 | 31,86 | 3,22 | 103 | 21 | 124 | 151 | 8,90 | 160,0 | 0,77 | 0,73 | |
| » | 37,61 | 2,81 | 106 | 19 | 125 | 151 | 9,30 | 160,0 | 0,77 | 0,73 | |
| 5 | 42,61 | 2,62 | 112 | 17 | 129 | 151 | 9,15 | 160,0 | 0,79 | 0,76 | |
| 10 | 47,61 | 2,38 | 113 | 17 | 130 | 151 | 9,30 | 160,0 | 0,80 | 0,70 | |
| 15 | 52,61 | » | » | » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,790 | 0,73 | |
| » | 11,86 | 6,05 | 72 | 38 | 110 | 233 | − 17,90 | 215,0 | » | » | $m = 0,70$. |
| 10 | 21,86 | 5,44 | 119 | 34 | 153 | 233 | − 2,80 | 230,0 | » | » | $Q = 0,74A$ |
| » | 37,61 | 4,04 | 152 | 28 | 180 | 233 | 9,90 | 243,0 | 0,73 | 0,58 | $\times \sqrt{2gH}$. |
| 10 | 47,61 | 3,43 | 163 | 25 | 188 | 233 | 13,00 | 246,0 | 0,75 | 0,63 | |
| 20 | 57,61 | 2,92 | 168 | 21 | 189 | 233 | 14,00 | 247,0 | 0,75 | 0,65 | |
| 30 | 67,61 | 2,46 | 166 | 18 | 184 | 229 | 12,00 | 241,0 | 0,75 | 0,65 | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,745 | 0,64 | |
| » | 11,86 | 5,83 | 69 | 33 | 102 | 276 | − 9,50 | 266,5 | » | 0,33 | $m = 0,69$. |
| 10 | 21,86 | 5,63 | 123 | 33 | 156 | 276 | − 5,90 | 270,0 | » | 0,51 | $Q = 0,76A$ |
| » | 37,61 | 4,64 | 175 | 30 | 205 | 276 | 6,70 | 283,0 | 0,72 | 0,66 | $\times \sqrt{2gH}$. |
| 10 | 47,61 | 3,94 | 188 | 26 | 214 | 276 | 15,50 | 291,5 | 0,72 | 0,69 | |
| 20 | 57,61 | 3,58 | 206 | 26 | 232 | 276 | 13,50 | 289,5 | 0,79 | 0,74 | |
| 30 | 67,61 | 2,92 | 196 | 22 | 218 | 276 | 16,40 | 292,4 | 0,73 | 0,70 | |
| 40 | 77,61 | 2,71 | 210 | 22 | 232 | 276 | 17,00 | 293,0 | 0,78 | 0,75 | |
| 50 | 87,61 | » | » | » | » | » | » | » | » | » | |
| | | | | | | | | Moyennes. | 0,750 | 0,71 | |

75. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit, qu'en laissant de côté toutes les expériences où la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, on a, pour la valeur moyenne du coëfficient de correction du premier terme de la formule théorique fournie par la

| | |
|---|---|
| 1re série................................. | 0,790 |
| 2e série................................. | 0,745 |
| 3e série................................. | 0,750 |
| Sa valeur moyenne générale est donc... | 0,762 |

et comme elle ne diffère des valeurs particulières que de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{20}$, on voit que les résultats de toutes les expériences seront représentés avec cette approximation, par la formule pratique

$$Pv = 762Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v.$$

L'accord de toutes ces valeurs montre que les effets de la variation de force vive de l'eau, depuis son introduction jusqu'à sa sortie, sont bien représentés par le terme $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$, et que la correction ne doit porter que sur le terme $1000Qh$, attendu que la hauteur $h$ est moindre que la théorie ne le suppose.

La capacité des augets étant d'environ 130 litres, tandis qu'ils n'ont jamais reçu au-delà de 29 litres, il s'ensuit que dans toutes nos expériences ils n'ont jamais été remplis, même au tiers, et que le versement a dû commencer très-bas.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur dans les mêmes circonstances, est moyennement égal à 0,69, et quoique sa valeur maximum paraisse correspondre au rapport $\frac{v}{V} = 0{,}50$ à $0{,}65$, il ne varie pas notablement pour des valeurs de $\frac{v}{V}$ comprises entre 0,45 et 0,80; ce qui tient, comme nous l'avons déjà remarqué plusieurs fois, à la petitesse du terme relatif à la variation de force vive, par rapport au premier terme relatif au travail de la pesanteur.

76. *Observations faites sur la quantité de travail consommée par les meules d'aiguiserie des pointes.* A ces résultats des expériences, il ne sera

peut-être pas inutile de joindre ceux des observations suivantes sur la marche de l'usine, soit à vide, soit en charge.

La levée de la vanne étant de $0^{m},075$, et la charge sur le centre de l'orifice de $0^{m},197$, la roue faisait dix tours en quarante-six secondes et conduisait huit meules d'aiguiserie de pointes, marchant à vide. L'expérience nous donnant, dans ces circonstances, une quantité de travail disponible de $163^{km} = 2,17$ chevaux, il s'ensuit que, dans cette usine, les résistances passives absorbent par meule $20^{km},30 = 0,27$ cheval vapeur.

La levée de la vanne étant de $0^{m},15$, et la charge sur le centre de l'orifice de $0^{m},153$, la roue faisait dix tours en quarante-quatre secondes et conduisait huit meules dont six en activité de fabrication. A la même levée, le travail disponible transmis par la roue était de $278^{km} = 3,70$ chevaux.

En déduisant de ce travail $40^{km},60$ pour celui qui est consommé par les résistances des deux meules marchant à vide, il reste $237^{km},08$ pour le travail total et les résistances passives des six meules.

On peut donc estimer que dans cette usine

| | cheval |
|---|---|
| Le travail consommé par les résistances passives est de....... | 0,27 |
| Le travail consommé par la résistance utile................ | 0,26 |
| Le travail total par meule d'aiguiserie pour les pointes de Paris = | 0,53 |

## CHAPITRE NEUVIÈME.

### EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUGETS DU GROS MARTEAU DE FORCE DE L'USINE DE LA RENARDIÈRE A FRAMONT.

77. *Description sommaire.* L'usine de la Renardière de Framont est alimentée par un cours d'eau qu'amène un canal en bois de $3^{m}$ environ de largeur près de la roue, et d'une largeur moyenne de $2^{m},30$ sur le reste de sa longueur (Pl. III, Fig. 3). Le volume d'eau qu'il débite n'étant pas assez grand pour suffire à la consommation de l'usine, quand le marteau doit battre à grande vitesse, le niveau s'abaisse rapidement pendant le travail, et cet effet est d'autant plus sensible que les ouvriers lèvent la vanne beaucoup plus qu'il ne serait nécessaire pour obtenir le même nombre de coups de marteau. Dans les expériences dont il va être question, le niveau n'a pas varié sensiblement pour la première série où la levée de

la vanne était très-faible, mais pour la seconde il s'est graduellemement abaissé. Toutefois, cet abaissement se faisant assez lentement, il a été possible d'adopter, pour chaque expérience, un niveau moyen, que l'on obtenait en observant à plusieurs reprises, pendant sa durée, les variations de niveau, de sorte que les valeurs extrêmes ne différaient pas entr'elles de plus d'un centimètre, et que par conséquent la valeur moyenne ne s'écartait au plus que de 0,005 de chacune des extrêmes, ou de $\frac{1}{110}$ à $\frac{1}{130}$ de la hauteur adoptée.

78. *Formules employées pour le calcul de l'effet théorique.* Le fond du canal est dans le prolongement du côté inférieur de l'orifice, et la contraction a lieu sur les deux côtés latéraux et sur le côté supérieur; d'après ces circonstances et à l'aide des résultats des expériences de MM. Poncelet et Lesbros (*), et de celles de M. Bidone, on a pu déterminer la valeur du coëfficient de la dépense théorique. Elle est égale à

$$m = 0{,}644 \text{ pour la } 1^{re} \text{ série},$$
$$m = 0{,}649 \text{ pour la } 2^{e} \text{ série}.$$

Il en résulte, qu'en appelant

H et H' les hauteurs respectives du niveau au-dessus du seuil et du sommet de l'orifice,

$L = 1^m{,}27$ la largeur de cet orifice,

Q le volume d'eau dépensée par seconde, exprimé en mètres cubes, on aura la valeur de ce volume par la formule

$$Q = mL(H - H')\sqrt{2g\frac{H + H'}{2}},$$

en y faisant $m = 0{,}644$ pour la première série et $m = 0{,}649$ pour la seconde.

La valeur de $H - H'$ est égale à la levée de la vanne et fournie par la seconde colonne du tableau suivant, celle de $\frac{H + H'}{2}$, ou la charge sur le centre de l'orifice, se trouve dans la troisième colonne, et le résultat de la formule ci-dessus traduit en poids d'eau dépensé, est contenu dans la quatrième.

On a pris pour la chute totale, dans chaque expérience, la hauteur du niveau dans le canal, au-dessus du point inférieur de la roue, quoique celle-ci fût un peu élevée au-dessus du fond du canal de fuite, et la quantité

(*) Expériences hydrauliques par MM. Poncelet et Lesbros, page 250, tableau XII. Paris, 1832.

de travail absolu fournie par le moteur est indiquée dans la sixième colonne.

L'eau qui sort de cet orifice est animée d'une vitesse moyenne sensiblement égale à celle qui est due à la charge sur le centre de l'orifice, mais, à une petite distance, égale à une fois ou une fois et demie la hauteur de l'orifice, elle rencontre les parois, la veine fluide se dilate, la vitesse se ralentit et devient, d'après les résultats d'expériences connus jusqu'à ce jour

$$U = \sqrt{\left(\frac{2g\frac{H+H'}{2}}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\right)}.$$

A partir de cet endroit, le mouvement de l'eau soumise à l'action de la pesanteur, s'accélère, et en appelant $h$ la pente totale du coursier et négligeant la résistance des parois, la vitesse moyenne du fluide devient

$$u = \sqrt{U^2 + 2gh}.$$

A cette extrémité du coursier, l'eau, animée de la vitesse $u$ dans le sens parallèle à son fond, s'écoule librement dans l'air, et le filet moyen, dont ont peut déterminer la hauteur au-dessus du fond du coursier à l'aide de la relation

$$E = \frac{Q}{uL},$$

dans laquelle

$Q$ et $u$ ayant les significations connues, on représente de plus par

$L$ la largeur du coursier,

$E$ l'épaisseur de la lame d'eau à son extrémité,

ce filet moyen, dis-je, décrit une parabole dont l'équation est

$$y = \frac{g}{2u^2\cos^2\theta}x^2 + x\,\mathrm{tang}\,\theta,$$

$x$ et $y$ étant les abcisses horizontales et les ordonnées verticales de cette courbe, et $\theta$ l'angle formé par le coursier et l'horizontale.

Au moyen de l'équation ci-dessus, on peut construire la courbe du filet moyen, déterminer graphiquement sa rencontre avec la circonférence extérieure, ainsi que l'angle $\gamma$ formé par sa tangente en ce point, et la tangente à la circonférence, ou celui de la vitesse d'arrivée d'eau avec la vitesse de la circonférence de la roue.

En appelant de plus

$h_1$ la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence de la roue, au-dessous de l'origine de la courbe ou du milieu de la section d'eau d'épaisseur E au bout du coursier, la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue sera

$$V = \sqrt{u^2 + 2gh_1},$$

d'où l'on déduira ensuite la valeur de $V\cos\gamma$.

79. *Position du centre de courbure des surfaces de niveau de l'eau dans les augets.* Une autre quantité qu'il importe de connaître, c'est la distance verticale du centre de courbure de la surface du niveau de l'eau dans les augets à celui de la roue. On sait (*) que cette distance mesurée sur la verticale, qui passe par le centre de la roue, est



$$\frac{g}{\omega^2},$$

$g$ étant égal à $9^m,8088$, et $\omega$ la vitesse angulaire ou à l'unité de distance de la roue, déduite de l'observation et donnée par $\omega = \frac{v}{R}$ en appelant

$v$ la vitesse à la circonférence extérieure de la roue et

R son rayon.

D'après la position de ce centre de courbure, on pourra reconnaître d'abord, si l'eau fournie par le moteur peut être admise sur la roue en totalité, et vers quelle position elle le sera, ou, si elle ne peut l'être, déterminer le volume réellement introduit dans les augets; puis, à l'aide des méthodes indiquées dans le cours cité (n° 52, septième section) fixer la hauteur à laquelle le versement de l'eau commence.

Il ne peut entrer dans le cadre de ce Mémoire de détailler les opérations à faire, et nous devons nous borner à en indiquer les résultats.

80. *Calcul de l'effet utile théorique, en ayant égard aux effets de la force centrifuge.* La distance verticale du centre de courbure des surfaces de niveau à l'axe de la roue est, pour chaque expérience, indiquée dans la treizième colonne du tableau, et l'on a reconnu, qu'aux vitesses obtenues dans ces expériences, l'eau était toujours admise en totalité dans le premier ou dans le second auget, à partir de la verticale. Par conséquent, connaissant le nombre d'augets de la roue $n = 20$, le nombre $\mu$ de tours de

(*) Cours de Mécanique appliquée aux machines, par M. Poncelet, section VII, n° 46.

la roue en 1', on a pu déterminer le poids $q'$ d'eau introduit dans chaque auget, à l'aide de la relation

$$q' = \frac{1000 Q}{\frac{nu}{60}}.$$

Ayant précédemment déterminé le point où le versement de l'eau commence, et appelant $h'$ la hauteur de ce point au-dessous du point d'introduction, ou, ce qui revient ici sensiblement au même, au-dessous du sommet de la roue, on a pu calculer la quantité de travail développée par la gravité sur le poids d'eau $q'$ admis dans chaque auget, depuis son introduction jusqu'à l'instant où le versement commence. Cette quantité de travail a pour expression

$$q'h'.$$

A partir de cette position, la pesanteur développe sur le poids d'eau contenue dans chaque auget des quantités de travail variables avec ce poids et avec la hauteur $h$, et dont la somme totale, prise depuis cet instant jusqu'au point inférieur de la roue, est exprimée par l'intégrale

$$\int q dh,$$

prise pour un auget dans l'étendue indiquée ci-dessus.

Pour déterminer par approximation la valeur de cette quantité de travail, nous avons eu recours au théorème connu de Th. Simson, d'après lequel, en partageant la hauteur $h''$ du point où commence le versement au-dessous du bas de la roue, en quatre ou six parties égales (Pl. III, Fig. 3), puis menant par les points de division 1, 2, 3, etc. des horizontales, construisant aux points de rencontre 1, 2, 3, etc. de ces lignes avec la circonférence extérieure de la roue le profil de l'auget, supposé parvenu à ces positions successives, traçant les lignes de courbure des surfaces correspondantes de niveau par le bord de l'auget, et déterminant, par le cubage, le volume ou le poids d'eau $q_1$, $q_2$, $q_3$, etc., $q_5$ contenus dans l'auget à chacune de ces positions, on a obtenu, lorsque $h''$ était divisé en quatre parties égales

$$\int q dh = \frac{h''}{12}[q_1 + 4(q_2 + q_4) + 2q_3 + q_5],$$

dans laquelle $q_1 = q'$, $q_5$ est toujours et $q_4$ presque toujours nul; et dans le cas ou $h''$ a été divisé en six parties égales

$$\int qdh = \frac{h''}{18}[q_1 + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5) + q_7],$$

dans laquelle $q_1 = q'$, $q_7$ est toujours et $q_5$ ainsi que $q_6$ presque toujours nuls.

A l'aide de ces moyens on a donc pu calculer la quantité de travail total

$$q'h' + \int qdh = q'h' + \frac{h''}{12}[q_1 + 4(q_2 + q_4) + 2q_3],$$

que la pesanteur développe sur le poids d'eau $q'$ introduit dans chaque auget, puis en la multipliant par le nombre $\frac{nu}{60}$ d'augets, qui passent par seconde devant l'extrémité du coursier, on a obtenu la quantité de travail développée par seconde par la pesanteur sur l'eau introduite dans la roue, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, et en l'ajoutant à la quantité de travail

$$\frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v,$$

due à la variation de force vive de l'eau pendant le même intervalle, on a obtenu la quantité totale de travail théorique transmise à la roue

$$Pv = \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v + \frac{nu}{60}(q'h' + \int qdh].$$

Telle est la marche suivie pour appliquer les données de l'observation au calcul de l'effet utile de cette roue, en tenant compte de l'action de la force centrifuge sur le versement de l'eau, ainsi que l'indique la théorie due à M. Poncelet.

81. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, d'après l'expérience.* La charge totale F du frein est indiquée dans la seizième colonne du tableau, la vitesse que son point de suspension tendait à prendre se déduit facilement de la vitesse $v$ de la circonférence de la roue, d'après la valeur $1^m,37$ du rayon de cette circonférence, et la distance horizontale du point de suspension au plan vertical de l'axe de la roue et égale à $3^m$. Le produit de cette charge F par la vitesse de son point de suspension, a donné la quantité de travail disponible ou l'effet utile mesuré par le frein.

Il a été ensuite facile de calculer la quantité de travail totale développée par l'eau, tant pour produire ce travail disponible que pour vaincre le frottement des tourillons de la roue. En effet, en appelant, comme par le passé,

F la charge totale du frein,

$L = 3^m$ la distance horizontale de son point de suspension au plan vertical de l'axe de la roue,

$f = 0{,}10$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons graissés et mouillés d'eau, mais peu alimentés d'enduit,

$N'' = 5978^{kil}$ le poids total de la roue, de son arbre, de ses ferrures, de l'anneau à cames et des tourillons,

$p = 28^{kil}$ la composante du poids du levier du frein qui agit sur l'axe de la roue,

$\rho = 0^m{,}065$ le rayon des tourillons,

$R = 1^m{,}37$ le rayon extérieur de la roue,

P l'effort que l'eau doit transmettre à la circonférence du rayon R pour équilibrer la charge F du frein et le frottement des tourillons, on a

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho}.$$

Puis en multipliant cet effort par le chemin parcouru dans sa direction propre en une seconde ou $v$, on en a déduit le travail total transmis à la circonférence de la roue.

Le résultat de ces calculs est consigné dans la 20e colonne du tableau.

82. *Comparaison des résultats de la théorie et de ceux de l'expérience.* En comparant ce résultat de l'expérience à la quantité de travail théorique calculée par la formule du n° 80, on en a déduit d'abord la différence absolue, tantôt positive, tantôt négative de ces deux quantités, puis on a pris le rapport de ces différences à la quantité de travail. Ce rapport, consigné dans la trentième colonne du tableau, n'excédant presque jamais 0,05 à 0,06 ; on voit que la formule théorique représente à $\frac{1}{10}$ près, et presque toujours à moins de $\frac{1}{20}$, les résultats de l'expérience.

Cette approximation, entre des résultats déduits de données dont quelques-unes ne pouvaient être obtenues avec une plus grande exactitude, paraîtra sans doute bien suffisante pour justifier et confirmer la théorie des roues à augets à grandes vitesses, donnée par M. Poncelet, ce qui était le but principal de ces expériences.

La dixième colonne donne le rapport de la vitesse $v$ de la circonférence de la roue à la vitesse V d'arrivée de l'eau, et l'on peut voir que, dans toute l'étendue des variations de ce rapport, qui est toujours resté au-dessous de l'unité, la formule représente également bien les résultats de l'expérience.

83. *Comparaison du travail disponible au travail absolu du moteur.* En comparant ensuite la quantité de travail disponible avec la quantité de travail absolue fournie par le moteur, on voit que le rapport de la première à la seconde augmente à mesure que la vitesse diminue, et que, depuis $\frac{v}{V} = 0,50$ jusqu'à $\frac{v}{V} = 0,30$ environ, l'effet utile disponible est d'à-peu-près 0,55 à 0,60 du travail absolu. Mais la roue devant marcher à une vitesse plus grande que celles qui correspondent à ces limites, pour pouvoir fournir le nombre de coups de marteau convenable au travail, la quantité de travail disponible, transmise pendant que l'outil fonctionne, est beaucoup moindre. Ce nombre de coups dans l'usine de la Renardière, ne s'élève pas au-delà de 100 par minute, ce qui correspond à 10 tours de roue en 24″, ou à la vitesse de la troisième expérience de la seconde série, pour laquelle on voit que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur n'est que de 0,40. S'il fallait obtenir 120 coups à la minute, ou 10 tours de roue en 20″, comme dans la première expérience de la même série, le rapport ne serait que de 0,25.

*Expériences sur la roue*

| NUMÉROS des séries. | NUMÉROS des expériences. | HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,27. | AIRE de l'orifice. | CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice. | POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000Q. | CHUTE totale. | TRAVAIL absolu du moteur en une seconde. | VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. $v$ | VITESSE de l'eau affluente en une seconde. $V$ | RAPPORT de la vitesse de la circonférence de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$ | NOMBRE d'augets qui passent devant le coursier en une seconde. $\frac{n A'}{60}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m | m.q | m | kil | m | k.m | m | m | | |
| | 1 | 0,025 | 0,0318 | 1,384 | 106,53 | 4,626 | 493,0 | 4,097 | 5,535 | 0,740 | 9,50 |
| | 2 | 0,025 | 0,0318 | 1,386 | 106,53 | 4,628 | 493,0 | 3,581 | 5,535 | 0,650 | 8,34 |
| | 3 | 0,025 | 0,0318 | 1,401 | 107,46 | 4,643 | 498,6 | 2,729 | 5,564 | 0,490 | 6,35 |
| | 4 | 0,025 | 0,0318 | 1,397 | 107,07 | 4,639 | 496,9 | 2,100 | 5,550 | 0,380 | 4,87 |
| | 5 | 0,025 | 0,0318 | 1,397 | 107,07 | 4,639 | 496,9 | 1,980 | 5,550 | 0,360 | 4,59 |
| 1 | 6 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | 1,687 | 5,550 | 0,300 | 3,93 |
| | 7 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | 1,429 | 5,550 | 0,260 | 3,33 |
| | 8 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | 1,282 | 5,550 | 0,230 | 2,98 |
| | 9 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | 1,128 | 5,550 | 0,200 | 2,62 |
| | 10 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | 0,895 | 5,550 | 0,160 | 2,08 |
| | 11 | 0,025 | 0,0318 | 1,398 | 107,12 | 4,640 | 497,0 | » | 5,550 | » | » |
| | 1 | 0,091 | 0,1157 | 0,989 | 330,37 | 4,274 | 1412,0 | 4,034 | 4,675 | 0,920 | 10,00 |
| | 2 | 0,091 | 0,1157 | 0,955 | 324,75 | 4,240 | 1376,9 | 3,908 | 4,615 | 0,840 | 9,09 |
| | 3 | 0,091 | 0,1157 | 0,926 | 319,65 | 4,211 | 1346,0 | 3,443 | 4,595 | 0,750 | 8,00 |
| | 4 | 0,091 | 0,1157 | 0,894 | 314,10 | 4,179 | 1312,6 | 3,013 | 4,555 | 0,660 | 7,02 |
| 2 | 5 | 0,091 | 0,1157 | 0,848 | 301,00 | 4,133 | 1244,0 | 2,608 | 4,500 | 0,580 | 6,07 |
| | 6 | 0,091 | 0,1157 | 0,808 | 298,65 | 4,093 | 1222,4 | 2,264 | 4,442 | 0,510 | 5,27 |
| | 7 | 0,091 | 0,1157 | 0,761 | 289,87 | 4,046 | 1172,8 | 2,100 | 4,375 | 0,480 | 4,87 |
| | 8 | 0,091 | 0,1157 | 0,721 | 282,00 | 4,006 | 1129,7 | 1,722 | 4,315 | 0,390 | 4,00 |
| | 9 | 0,091 | 0,1157 | 0,687 | 275,25 | 3,972 | 1093,3 | 1,480 | 4,280 | 0,340 | 3,45 |



84. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* Il résulte de l'examen de ce tableau et de la discussion précédente, que l'effet utile, ou la quantité de travail transmise à la circonférence des roues à augets à grandes vitesses, est très-exactement représentée par la formule

$$Pv = \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v + \frac{nu}{60}(q'h' + \int q dh).$$

dans laquelle tous les termes doivent être déterminés comme nous l'avons indiqué plus haut, et suivant les méthodes développées dans la section VII du cours de mécanique appliquée aux machines de M. Poncelet.

On devra observer dans les applications, que si la vanne est levée démesurément, ainsi que cela arrive souvent dans ces sortes d'usines, il sera nécessaire, soit de la ramener à une hauteur telle que toute l'eau dépensée puisse être admise dans la roue, soit de ne donner au poids $q'$ d'eau introduit dans chaque auget, que la valeur déduite du tracé des courbes de niveau : au moyen de cette précaution, la formule représentera, dans tous les cas, les résultats de l'expérience.

85. *Comparaison des résultats de la formule ordinaire des roues à augets avec ceux de l'expérience.* La formule que nous venons de comparer à l'expérience, est celle qu'il convient d'employer toutes les fois que la vitesse de la roue est assez considérable, pour que la force centrifuge accélère notablement le versement de l'eau ; mais comme son usage conduit à des opérations assez longues, il est intéressant de rechercher si, dans le cas des vitesses moindres, on ne pourrait pas employer la formule ordinaire des roues à augets,

$$Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

Or, en comparant les résultats de cette formule avec ceux de l'expérience, et admettant que l'eau soit totalement introduite dans la roue, et que le rapport $\frac{v}{V}$ ne surpasse pas 0,70, on voit qu'il suffit d'appliquer au premier terme $1000Qh$ un coëfficient de correction dont la valeur moyenne est 0,78, pour tenir compte des effets du versement de l'eau.

86. *Influence de la vitesse de la roue.* Quant à la vitesse correspondante au maximun d'effet, on observera que le terme $\frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$ relatif à la variation de force vive que l'eau éprouve depuis son introduction

jusqu'à sa sortie de la roue, exerce, dans les petites roues avec fortes charges d'eau sur le sommet, une bien plus grande influence que dans les grandes roues avec faibles charges, et que, bien que le terme $1000\,Qh$ reste sensiblement le même entre des limites assez étendues, il conviendra de se rapprocher des rapports de vitesses qui correspondent au maximum du second terme, c'est-à-dire de la condition $v = \frac{1}{2}V$.

L'examen des résultats consignés dans le tableau, et notamment celui de la deuxième série, montre en effet que ce terme, ainsi que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, atteignent leur maximum entre les valeurs de $\frac{v}{V}$ égales à 0,48 et 0,55. Ce qui confirme sous ce point de vue la théorie adoptée.

En comparant le volume d'eau introduit dans chaque auget à la capacité de ces augets, mesurée pour la position où le rayon qui passe par leur bord est horizontal, et qui est de 106 litres pour toutes les expériences de la première et de la seconde série, qui ont donné au coëfficient de correction des valeurs à-peu-près constantes, on voit que dans toutes ces expériences les augets n'ont été remplis au plus qu'à moitié, et l'on devra regarder cette condition comme nécessaire, pour qu'on puisse appliquer la formule pratique

$$Pv = 780\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v,$$

laquelle, au moyen de cette attention, représentera à $\frac{1}{10}$ près les résultats de l'expérience, et pourra s'appliquer à toutes les roues dont la vitesse angulaire ne surpassera pas 20 tours par minute, lorsque leurs augets ne seront qu'à moitié remplis, et même à celles qui marcheraient à des vitesses plus grandes, pourvu que leurs augets ne reçoivent que très-peu d'eau comme dans la première série.

---

## CONCLUSION DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUGETS

87. *Conséquences générales des expériences sur les roues à augets.* De la comparaison des résultats obtenus sur les quatre roues à augets dont il est question aux chapitres IV, V, VI et VII, et dont les diamètres ont varié depuis $9^m,10$ jusqu'à $2^m,28$, il résulte

1° Que toutes les fois que les augets ne sont qu'à moitié remplis, et que la vitesse à la circonférence de ces roues ne dépasse pas $2^{m}$ par seconde pour les plus petites, et $2^{m},50$ environ pour les plus grandes, l'effet utile est représenté à $\frac{1}{10}$ près par la formule pratique

$$Pv = 780\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v;$$

2° Que l'on peut, sans crainte de diminuer sensiblement l'effet utile, laisser, sur le seuil des orifices, une certaine charge d'eau proportionnée au diamètre de la roue ou à la chute totale, et que la vitesse de la roue à sa circonférence peut s'élever jusqu'à $2^{m}$ environ par seconde pour les plus petites, et à $2^{m},50$ pour les grandes roues;

3° Que le rapport de la vitesse $v$ de la circonférence de la roue à la vitesse V d'affluence de l'eau peut, dans les grandes roues, varier entre des limites très-étendues, c'est-à-dire depuis 0,30 jusqu'à 0,80, et qu'il en est à-peu-près de même pour les petites roues, mais que, dans ce dernier cas, il est cependant plus convenable de resserrer les variations de ce rapport entre 0,40 et 0,60. Que cette faculté de pouvoir faire varier la vitesse de la roue, sans que l'effet utile s'éloigne sensiblement du maximum d'effet, est une propriété fort avantageuse de ces roues, et les rend éminemment utiles aux usines dans lesquelles la vitesse de l'outil doit éprouver fréquemment des variations notables;

4° Que le rapport du travail disponible transmis par ces roues au travail absolu dépensé par le moteur, est, entre les limites précédentes, compris entre 0,65 et 0,70;

5° Que, quand les augets sont remplis au-delà de la moitié de leur capacité, ou que la roue marche assez vite pour que le versement de l'eau commence bientôt sous l'action de la force centrifuge, combinée avec celle de la pesanteur, il convient d'employer, pour le calcul de l'effet utile, la formule donnée par M. Poncelet, pour les roues à grandes vitesses, qui représente exactement les résultats de l'expérience.

88. *Règles pratiques pour la construction des roues à augets.* Des conséquences précédentes nous pouvons déduire quelques règles propres à servir de bases à l'établissement de ces roues.

1° Lorsque le niveau sera susceptible d'éprouver peu de variations de hauteur, on pourra disposer l'orifice de manière que, la vanne étant ver-

16

ticale, il y ait sur le seuil de l'orifice une charge d'eau qui, pour le niveau moyen des eaux, pourra s'élever à

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $0^m,50$ | pour les chutes de | $2^m,60$ | à | $3^m$ |
| $0^m,60$ | — — | $3^m$ | à | $4^m$ |
| $0^m,70$ | — — | $4^m$ | à | $6^m$ |
| $0^m,80$ | — — | $6^m$ | à | $7^m$ et au-delà |

cette progression étant rendue nécessaire pour la facilité de l'introduction de l'eau dans les augets.

2° Les bords de l'orifice devront être disposés de manière à éviter la contraction sur le fond et sur les côtés verticaux.

3° L'orifice devra être accompagné d'un coursier dont la longueur sera aussi petite que possible, et dont la pente ne devra pas excéder $\frac{1}{12}$. Entre le point inférieur de ce coursier et la roue, on ne laissera qu'un jeu de $0^m,01$.

4° Si le niveau éprouve des variations considérables, soit pendant le travail, soit à certaines époques de l'année, il faudra disposer l'orifice de manière à ce qu'il puisse prendre l'eau à une hauteur convenable à tous les niveaux auxquels la roue devra marcher, et par conséquent adopter un dispositif analogue à celui de la roue de Guebwiller, en ayant soin que les cloisons directrices soient inclinées de manière à satisfaire à la condition indiquée plus bas. Il en sera de même toutes les fois que la disposition de l'usine exigera que la roue tourne dans le sens du mouvement de l'eau dans le canal de fuite.

Dans ce cas on devra régler la position du point de rencontre du filet moyen de la veine fluide, de manière que l'eau ait une vitesse d'arrivée de $3^m$ au moins, ce qui exige que ce point soit à $0^m,46$ environ au-dessous du niveau.

5° La vitesse de la roue devra être combinée avec celle de l'eau et avec le tracé des augets, de façon qu'à l'entrée du liquide il n'y ait pas de choc contre la face extérieure de cet auget, ce qui s'obtiendra en satisfaisant à la condition que la vitesse d'arrivée de l'eau soit la diagonale d'un parallélogramme dont la face intérieure de l'auget et la vitesse de la roue à sa circonférence extérieure soient les deux côtés.

6° La vitesse de la roue que la condition précédente sert à déterminer, pourra, sans inconvénient, atteindre $2^m$ par seconde pour les petites roues, et $2^m,50$ pour les grandes.

7° La capacité des augets devra être réglée de manière qu'ils ne soient qu'à moitié remplis.

8° L'écartement des augets à la circonférence extérieure devra être compris entre $0^m,30$ et $0^m,40$.

## CHAPITRE DIXIÈME.

APPLICATION ET VÉRIFICATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT DES MARTEAUX, EN AYANT ÉGARD AUX PERTES DE FORCE VIVE OCCASIONNÉES PAR LE CHOC.

89. *Usage des résultats précédens pour la vérification de la théorie des marteaux*. Les expériences rapportées au chapitre VII, en offrant une vérification aussi satisfaisante que possible de la théorie des roues à augets à grande vitesse, due à M. Poncelet, nous ont aussi fourni une occasion favorable de constater l'exactitude de la théorie donnée par le même géomètre, dans ses leçons de machines à l'école d'application depuis 1824 jusqu'à 1834, sur le mouvement des marteaux, en tenant compte des pertes de force vive produites par le choc des cames et du travail consommé par les résistances passives.

La roue de la forge de la Renardière mettait en mouvement un gros marteau à l'allemande, dont le lever a été fait avec le plus grand soin en 1834, par M. Virlet, lieutenant d'artillerie, alors élève à l'école d'Application. Ce jeune officier a pris en outre avec exactitude, et sous ma direction, toutes les données nécessaires au calcul des effets de la machine, et ce sont les résultats qu'il en a déduits et que j'ai vérifiés, que je vais résumer succinctement.

90. *Formules employées au calcul de l'effet utile, en tenant compte des pertes de force vive et des résistances passives.* Ce n'est pas ici le lieu d'exposer la théorie qu'il s'agissait d'appliquer, et qui est développée dans la deuxième rédaction lithographiée du cours de M. Poncelet (n° 150 et suivans, édition de 1828), je vais me borner à en indiquer les conséquences et les formules.

M. Poncelet, considère chaque levée du marteau comme partagée en trois périodes, la première relative à la durée du choc ou de la compression réciproque de la came et du manche, la deuxième commençant au moment où toute réaction ayant cessé, la came et le manche marchent avec une vitesse commune et finissant à celui où la came quitte le manche, et la

troisième dont l'origine est à ce même instant, et qui finit quand une autre came rencontre le manche. Puis, nommant

R le rayon moyen de la came ou la distance du point de contact, à l'instant du choc, à l'axe de l'arbre de la roue ou de l'anneau à cames,

R' la distance moyenne de la braie à l'axe de la hurasse,

$MR^2$ le moment d'inertie de l'arbre à cames, et des pièces qui tournent avec lui par rapport à l'axe de rotation,

$M'R'^2$ le moment d'inertie du marteau par rapport à l'axe de la hurasse y compris son manche, la hurasse, la braie, etc.,

$\Omega'$ la vitesse angulaire moyenne de l'arbre à cames, déduite du nombre de tours faits dans un temps donné,

K une quantité constante dépendante des rapports de dimension des tourillons, des rayons R et R' et du frottement, laquelle est, dans toutes les applications, très-voisine de l'unité, ainsi qu'on le fait voir,

$\mu'$ le nombre de tours de la roue en 1',

$n'$ le nombre de cames,

Il démontre 1° que la quantité de travail consommé par seconde par l'inertie des masses, ou due à la variation de la force vive du système, a pour valeur

$$\frac{n'\mu'}{30} \times \frac{MM'R^2\Omega'^2K}{2M+KM'};$$

2° Qu'en appelant

Q le poids total du marteau, de son manche, de la hurasse, etc.,

$l$ la distance du centre de gravité de ce poids à l'axe de la hurasse,

$h$ l'élévation totale du centre de gravité pendant la durée du contact,

$\alpha'$ l'arc total décrit par le marteau pendant ce contact,

$\rho'$ le rayon moyen des tourillons de la hurasse,

$f'$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs crapaudines,

S' l'effort moyen exercé par la came pendant son contact, pour vaincre toutes les résistances utiles ou passives,

$f$ le rapport du frottement à la pression pour la came et la braie,

$M_{,}$ le poids total de l'arbre à cames, y compris la roue, l'anneau à cames, les ferrures, tourillons, etc.,

$\rho_{,}$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f_{,}$ le rapport du frottement à la pression, pour les tourillons de cet arbre et leurs coussinets,

$P$ l'effort moyen exercé par l'eau à la circonférence extérieure de la roue,
$R_1$ le rayon extérieur de la roue;
on a

$$S' = \frac{Qh - 0{,}96\,Qf'\rho'\alpha'}{R'\alpha' + 0{,}96 f'\rho' \sin\alpha' + 0{,}4 f'\rho' \cos\alpha' - 0{,}4 f'\rho'}$$

et

$$P = \frac{S'\left(1 + f\frac{R+R'}{RR'} \times \frac{R'\alpha'}{2}\right)R + f_1(M_1 + S')}{R_1 - f_1\rho}$$

et qu'en nommant $\theta = \frac{R'\alpha'}{R}$, l'angle décrit par l'arbre à cames pendant le contact, le travail développé par la roue pendant la deuxième période de chaque levée est

$$PR_1\theta,$$

et par seconde, pour $\frac{n'\mu'}{60}$ levées,

$$\frac{n'\mu'}{60} PR_1\theta;$$

3° Qu'en désignant par
$P'$ l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue pendant la troisième période ou la marche à vide, on a

$$P' = \frac{f_1 M_1 \rho}{R_1 - f_1\rho},$$

et que la quantité de travail correspondante à cette période est pour chaque levée

$$P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right),$$

ou par seconde

$$\frac{n'\mu'}{60} P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right).$$

De sorte qu'en récapitulant, la quantité de travail que la roue doit utiliser par seconde a pour expression

$$\frac{n'\mu'}{60}\left[\frac{2\Omega'^2 MM'R^2K}{2M + KM'} + PR_1\theta + P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right)\right]^{k.m}$$

et comme d'une autre part, à l'aide des observations faites sur les lieux et

de la théorie des roues à augets à grande vitesse, qui est confirmée par les expériences du chapitre IX, on a pu calculer l'effet utile de cette roue, il faut examiner si les résultats obtenus par ces deux méthodes distinctes de calcul sont d'accord entre eux : c'est ce que l'on verra par l'application suivante.

**91.** *Application des formules précédentes au marteau de la Renardière.* Le moment d'inertie du marteau et de toutes ses parties, ainsi que celui de l'arbre à cames ont été calculés avec le plus grand soin et l'on a trouvé

$$M'R'^2 = 234, \quad MR^2 = 485, \quad M' = 77, \quad M = 885.$$

L'observation et les mesures directes ont donné

$$R' = 1^m,80, \quad R = 0^m,74, \quad \Omega' = 2^m,54, \quad n' = 4, \quad \mu' = \frac{97}{4}, \quad \frac{n'\mu'}{60} = 1,62, \quad k = 1,$$

on en a déduit

$$\frac{n'\mu'}{60} \times \frac{2\Omega'^2 MM'R^2 K}{2M + KM'} = 424^{k.m.}$$

Puis, à l'aide des données d'observation et d'expérience,

$$f_1 = 0,08, \quad \rho' = 0^m,04, \quad \alpha' = 0^m,187, \quad h = 0^m,284, \quad Q = 696^{kil},$$

qui ont donné

$$S' = 586^{kil},$$

et de

$$M_1 = 5978^{kil}, \quad f = 0,08, \quad \rho = 0^m,065, \quad R = 0^m,74, \quad R_1 = 1^m,37, \quad R_1\theta = 0^m,645,$$

d'où

$$P = 353^{kil} \quad \text{et} \quad PR_1\theta = 227^{k.m},$$

on a obtenu

$$\frac{n'\mu'}{60} PR_1\theta = 366^{k.m},$$

et enfin

$$\frac{n'\mu'}{60} P' \left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right) = 76^{k.m}.$$

On a donc en tout

$$\frac{n'\mu'}{60} \left[\frac{2\Omega'^2 MM'R^2 K}{2M + KM'} + PR_1\theta + P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right)\right] = 424 + 227 + 76 = 866^{k.m}$$

ou environ 11,55 chevaux-vapeur, de $75^{km}$, en une seconde.

92. *Formules employées et application au calcul direct de l'effet utile de la roue.* D'une autre part, le calcul direct de l'effet utile de la roue, à l'aide des données suivantes, nous a conduit à une autre estimation de la quantité de travail transmise à sa circonférence extérieure.

La dépense d'eau a été calculée par la formule

$$Q = mL(H-h)\sqrt{2g\frac{H+h}{2}},$$

dans laquelle on avait

$$L = 1^{m},27, \quad H-h = 0^{m},11, \quad \frac{H+h}{2} = 0^{m},90.$$

Le coëfficient $m$ de la dépense a été fixé à la valeur $m = 0,669$, attendu que la contraction est supprimée sur le fond de l'orifice et l'on a déduit de la relation ci-dessus

$$Q = 380^{lit}.$$

La vitesse d'arrivée de l'eau a été ensuite déterminée avec soin, en tenant compte, d'abord de la perte de force vive occasionnée par la présence du coursier, puis de l'accélération produite par sa pente, et enfin en construisant la courbe parabolique décrite par le filet moyen de la lame d'eau, ainsi qu'on l'a détaillé au n° 58, et l'on a trouvé

$$V = 5^{m},04 \quad \text{et} \quad \cos\gamma = 0,98.$$

La distance du centre de courbure des surfaces de niveau correspondante à la vitesse de 24,25 tours par minute est $\frac{g}{\omega^2} = 1^{m},50$, on en a déduit graphiquement la hauteur du point où le versement commence au-dessous du point d'introduction de l'eau ou du sommet de la roue, $h' = 1^{m},44$. La hauteur $h_{1}$, pendant laquelle le versement a lieu, est en conséquence $h_{1} = 1^{m},30$; on l'a partagée en quatre parties égales (P. III, Fig. 4) et l'on a eu

$$q' = q_1 = 47^{kil}, \quad q_2 = 26^{kil},9, \quad q_3 = q_4 = q_5 = 0.$$

L'observation donnait en outre

$$v = 3^{m},478, \quad n = 20, \quad \mu = 24,25.$$

On a conclu de toutes ces données

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v + \frac{n\mu}{60}(q'h' + \int q\,dh) = 197 + 539,6 + 139,9 = 876^{k.m},5.$$

Le résultat du calcul direct fait sur la roue et celui que donne la théorie du mouvement des marteaux, ne diffèrent donc que de $10^{k.m},5$ ou de 0,012 du plus faible. Un accord aussi satisfaisant dans des calculs, où quelques-unes des données ne peuvent être prises avec toute l'exactitude désirable par suite de la grossièreté des formes, dépasse même le degré d'approximation qu'on peut espérer dans des applications et nous semble une confirmation bien satisfaisante de la théorie.

Je pourrais rapporter encore ici d'autres applications faites des mêmes théories, à des usines du même genre, par plusieurs élèves de l'école d'Application de l'artillerie et du génie, soit à d'autres marteaux, soit à des scieries des Vosges, à châssis et à mentonnet, mais je crois devoir me borner à celle-ci dans la crainte de donner à ce Mémoire une trop grande étendue.

FIN.

# TABLE DES MATIÈRES.

## CHAPITRE DEUXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA SÉCHERIE ARTIFICIELLE DE LA POUDRERIE DE METZ.



## CHAPITRE TROISIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES DE CÔTÉ DE LA MANUFACTURE D'ARMES DE CHATELLERAULT.



## CHAPITRE QUATRIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA TAILLERIE DE LA CRISTALLERIE DE BACCARAT.

## CHAPITRE CINQUIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE L'ATELIER DES MEULES DE BACCARAT.



CONCLUSIONS DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUBES PLANES EMBOITÉES DANS DES COURSIERS CIRCULAIRES.



# EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

## CHAPITRE SIXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS, DE LA FILATURE DE MM. N. SCHLUMBERGER ET C^ie^, A GUEBWILLER (*Haut-Rhin*).

## CHAPITRE SEPTIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES A AUGETS DU MOULIN DE SENELLES PRÈS LONGWY.



## CHAPITRE HUITIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE L'AIGUISERIE DE FLEUR-MOULIN.

## CHAPITRE NEUVIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUGETS DU GROS MARTEAU DE FORGE DE L'USINE DE LA RENARDIÈRE, A FRAMONT.



CONCLUSION DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

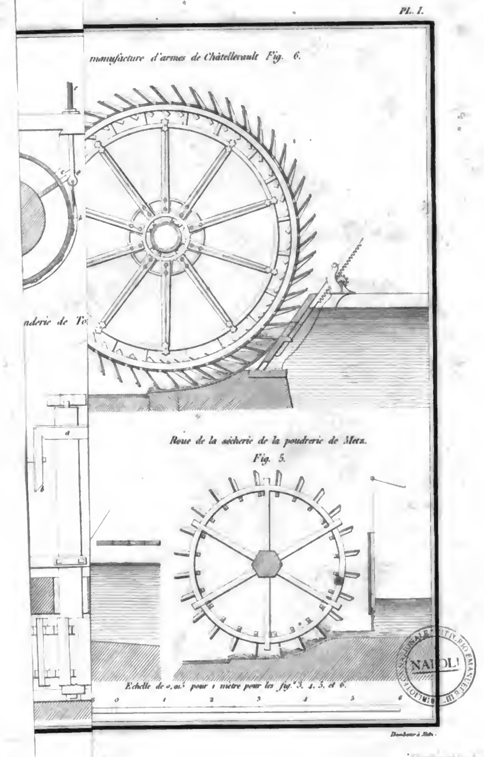


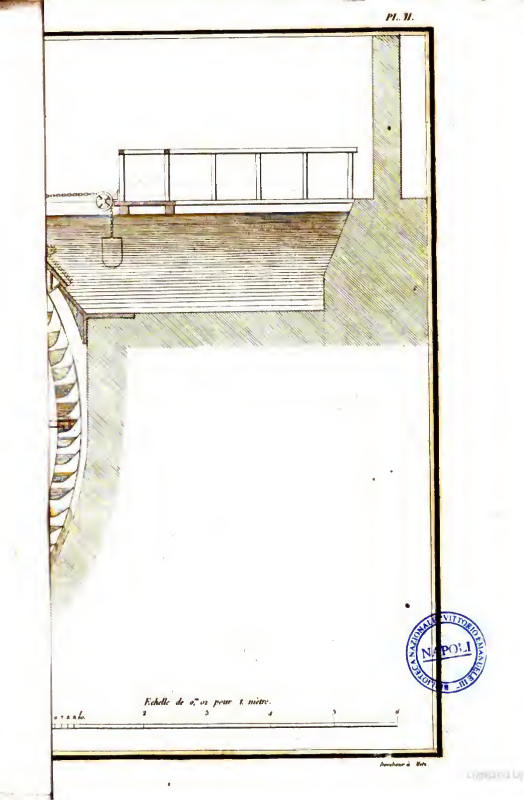
## CHAPITRE DIXIÈME.

APPLICATION ET VÉRIFICATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT DES MARTEAUX, EN AYANT ÉGARD AUX PERTES DE FORCE VIVE OCCASIONNÉES PAR LE CHOC.

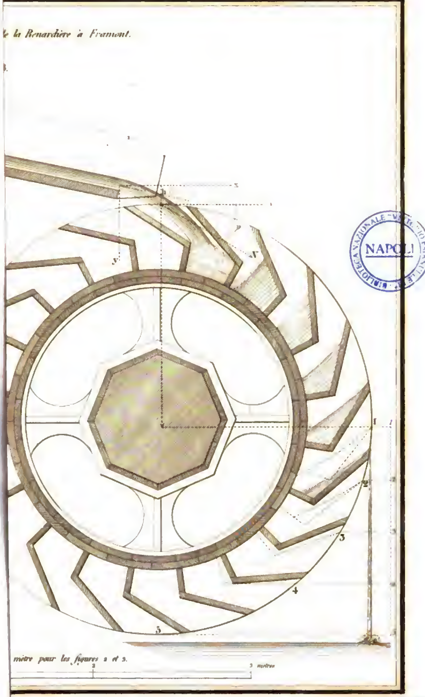


METZ. — IMPRIMERIE DE S. LAMORT.


manufacture d'armes de Châtellerault Fig. 6.
nderie de To
Roue de la sècherie de la poudrerie de Metz.
Fig. 5.
Echelle de 0,01.5 pour 1 mètre pour les fig.s 3, 4, 5, et 6.
0 1 2 3 4 5 6
Dembour à Metz.


Echelle de 0,m 02 pour 1 mètre.
2
3
4
5
6








Dembour à Metz




BIBLIOTECA